



Thesis for Doctor's Degree

山西大學

博士學位論文

超冷費米氣體中光學操控 Feshbach 共振
和觀察拓撲 Floquet 能帶

作者姓名 彭 鵬

指導教師 張 靖 教 授

學科專業 光 學

研究方向 超冷原子物理

培養單位 量子光學與光量子器件國家重點實驗室
光電研究所

學習年限 2012 年 9 月至 2018 年 6 月

二〇一八年六月



山西大學
Shanxi University

2018 届 博 士 学 位 论 文

超冷费米气体中光学操控 Feshbach 共振
和观察拓扑 Floquet 能带

作者姓名	彭鹏
指导教师	张靖 教授
学科专业	光 学
研究方向	超冷原子物理
培养单位	量子光学与光量子器件国家重点实验室 山西大学光电研究所
学习年限	2012 年 9 月—2018 年 6 月

二〇一八年六月

山西大学
2018 届博士学位论文

超冷费米气体中光学操控 Feshbach 共振 和观察拓扑 Floquet 能带

作者姓名	彭鹏
指导教师	张靖 教授
学科专业	光 学
研究方向	超冷原子物理
培养单位	量子光学与光量子器件国家重点实验室 山西大学光电研究所
学习年限	2012 年 9 月—2018 年 6 月

二〇一八年六月

Thesis for Doctor's degree, Shanxi University, 2018

Optical control Feshbach resonance and observation of
Floquet band topology change in Ultracold Fermi Gases

Name	Peng Peng
Supervisor	Prof. Jing Zhang
Major	Optics
Field of Research	Ultracold atomic physics
Department	State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices Institute of Opto-Electronics, Shanxi University
Research Duration	September 2012—June 2018

June, 2018

目录

中文摘要	I
Abstract	III
第一章 绪论	1
1.1 超冷原子气体研究的新进展	2
1.1.1 利用近共振的激光操控 Feshbach 共振	2
1.1.2 超冷原子中自旋轨道耦合研究的新进展	3
1.1.2.1 多维自旋轨道耦合的实现	3
1.1.2.2 获得长寿命的自旋轨道耦合超冷气体	5
1.1.2.3 自旋张量动量耦合的超冷气体	7
1.2 论文结构	8
参考文献	10
第二章 超冷玻色费米混合气体的制备	17
2.1 概述	17
2.2 超冷原子的制备	17
2.2.1 一级 MOT 对原子俘获与预冷却	17
2.2.2 二级 MOT 对原子的蒸发冷却	18
2.2.3 光阱的装载和蒸发冷却	20
2.2.4 吸收成像	21
2.3 小结	23
参考文献	24
第三章 自旋轨道耦合相关性质的研究	27
3.1 概述	27
3.2 远失谐单频激光对 BEC 寿命的影响	27
3.2.1 实验准备	27
3.2.2 实验过程及结果	29
3.3 拉曼光偏振对于自旋轨道耦合强度的影响	32
3.3.1 实验准备	32
3.3.2 实验过程及结果分析	33
3.3.2.1 初态末态布居数反转	33
3.3.2.2 两束拉曼光均为线偏光	34
3.3.2.3 改变其中一束拉曼光为圆偏光	35
3.4 小结	36
参考文献	38
第四章 在超冷费米气体中观察自旋交换	41
4.1 概述	41
4.2 四能级系统自旋交换模型	41

4.3 实验过程及结果分析	43
4.4 小结	47
参考文献	48
第五章 光学操控 p 波 Feshbach 共振的普适性	51
5.1 概述	51
5.2 实验过程	52
5.2.1 实验装置与自旋态的制备	52
5.2.2 实验步骤	52
5.2.3 实验结果	55
5.2.3.1 线偏振光操控 p 波 Feshbach 共振	55
5.2.3.2 光场操控 p 波 s 波 Feshbach 共振点重合	57
5.2.3.3 σ 偏振光操控 p 波 Feshbach 共振	59
5.3 理论分析	61
5.4 小结	65
参考文献	67
第六章 在周期性驱动的超冷费米气体中观察 Floquet 能带拓扑改变	71
6.1 概述	71
6.2 实验方法	73
6.2.1 实验设置	73
6.2.2 自旋注入射频谱	73
6.2.3 拉曼光的配置	74
6.3 实验结果	75
6.3.1 观察 Floquet 能带色散的拓扑改变	76
6.3.2 观察 Floquet 边带	78
6.3.3 相对相位的影响	79
6.3.4 讨论	80
6.4 理论计算	81
6.4.1 方法一	82
6.4.2 方法二	84
6.4.3 在调制下狄拉克点螺旋对称性的演化	85
6.5 结论	85
参考文献	86
总结与展望	91
博士研究生期间完成的学术论文	93
致谢	95
个人简况及联系方式	97
承诺书	98
学位论文使用授权声明	99

Contents

Chinese Abstract	I
Abstract	III
Chapter 1 Overview	1
1.1 Frontiers of ultracold atomic gases	2
1.1.1 Optical control Feshbach resonance	2
1.1.2 Frontiers of spin-orbit coupling in ultracold atomic gases	3
1.1.2.1 Realization of multi-dimensional spin-orbit coupling	3
1.1.2.2 Long-Lived spin-orbit-coupled degenerate ultracold gases	5
1.1.2.3 Spin-Tensor-Momentum-Coupled degenerate ultracold gases	7
1.3 Overview of this Thesis	8
Bibliography	10
Chapter 2 Preparation of Ultracold atomic gases	17
2.1 Overview	17
2.2 Production of ultracold atomic gases	17
2.2.1 Atom precooling and trapping in MOT 1	17
2.2.2 Evaporative cooling in MOT 2	18
2.2.3 Optical dipole trap	20
2.2.3 Absorption imaging	21
2.3 Conclusions	23
Bibliography	24
Chapter 3 Relevant basic properties of Spin-Orbit coupling	27
3.1 Overview	27
3.2 The influence on the lifetime of ^{87}Rb BEC for the far detuning single frequency lasers with different phase noises	27
3.2.1 Experimental setup	27
3.2.2 Experimental Process and result	29
3.3 The influence of raman laser polarization to the spin orbit coupling strength in ultracold ^{40}K Fermi gas	32
3.3.1 Experimental setup	32
3.3.2 Experimental Process and result	33

3.3.2.1 Calculation of the population inversion -----	33
3.3.2.2 Linearly polarized raman laser -----	34
3.3.2.3 Circular polarized raman laser-----	35
3.4 Conclusions-----	36
Bibliography -----	38
Chapter 4 Experimental observation of Spin-Exchange in ultracold Fermi gases -	41
4.1 Overview -----	41
4.2 The model of four-level system spin exchange -----	41
4.3 Experimental Process and result analysis-----	43
4.4 Conclusions-----	47
Bibliography -----	48
Chapter 5 Universal feature in optical control of a p-wave Feshbach resonance -	51
5.1 Overview-----	51
5.2 Experimental Process -----	51
5.2.1 Experimental setup -----	51
5.2.2 Experimental method -----	52
5.2.3 Experimental result-----	55
5.2.3.1 Optical shift of resonance position and the universal feature-----	55
5.2.3.2 Overlapping of s-and p-wave resonance -----	57
5.2.3.3 Shift induced by σ polarized laser beam-----	59
5.3 Theoretical analysis -----	61
5.4 Conclusions-----	65
Bibliography -----	67
Chapter 6 Observation of Floquet band topology change in driven ultracold Fermi	
gases -----	71
6.1 Overview-----	71
6.2 Experimental method-----	73
6.2.1 Experimental scheme -----	73
6.2.2 Spin-injection rf spectroscopy -----	73
6.2.3 The setup of raman laser-----	74

6.3 Experimental result -----	75
6.3.1 Observation of topology change of Floquet band dispersions -----	76
6.3.2 Observation of Floquet sidebands -----	78
6.3.3 Effects of relative phase -----	79
6.3.4 Discussion -----	80
6.4 Theoretical analysis -----	81
6.4.1 First method -----	82
6.4.2 Second method -----	84
6.4.3 Evolution of the chirality the dirac point in the modulation -----	85
6.5 Conclusions -----	85
Bibliography -----	86
Summary and Outlook -----	91
Research Achievements -----	93
Acknowledgment -----	95
Personal profiles -----	97
Letter of commitment -----	98
Authorization statement -----	99

中文摘要

近年来,随着实验技术的进步,超冷原子系统已经成为一个强大的平台,为我们探究更多有趣新奇的量子现象提供了强有力的支撑。其中一个研究热点就是利用人造自旋轨道耦合的超冷原子系统来模拟凝聚态物理中许多有趣的物理现象,比如自旋霍尔效应、拓朴绝缘体、拓朴超导体以及 Majorana 费米子等。另一个研究热点是 Feshbach 共振,科学家可以通过改变磁场来调节原子之间的相互作用强度或者利用光场来操控 Feshbach 共振,这些技术为研究强相互作用的简并气体提供了基础保障。下面将对本文的主要内容做一个概要:

首先,我们测量了自旋轨道耦合中两个关键性质:自旋轨道耦合的强度以及不同相位噪声激光束对 ^{87}Rb BEC 寿命的影响。我们测量了拉曼光偏振对超冷玻色费米气体自旋轨道耦合强度的影响。我们选用 ^{40}K 的 $|F = 9/2, m_F = 3/2\rangle$ 和 $|F = 9/2, m_F = 1/2\rangle$ 自旋态来进行测量。我们还测量了不同相位噪声的远失谐激光对 ^{87}Rb BEC 寿命的影响。作为对比,我们分别利用钛宝石激光器、外腔半导体激光器以及相位锁定的外腔半导体激光器来进行测量。我们选择 $|F = 2, m_F = 2\rangle$ 和 $|F = 1, m_F = 1\rangle$ 两个自旋态来进行实验。为了降低外腔半导体激光器的相位噪声,我们利用光学锁相环将外腔半导体激光器锁定到钛宝石激光器。

我们研究了 ^{40}K 费米气体的自旋交换碰撞。二次的塞曼偏移,原子云的势阱和温度都会影响到自旋交换动力学。我们从三个方面(外部梯度磁场、光阱阱深以及温度)探究了超冷费米子的自旋交换作用。而且,通过选取不同的初始自旋态从而改变了自旋交换相互作用。我们的工作展示了超冷费米气体中自旋交换导致的自旋态平衡过程。

我们利用光场耦合束缚态分子来改变闭通道分子态的能量,实现了光场操控 p 波 Feshbach 共振。p 波的 Feshbach 共振点与光场失谐的关系可以用一个简单的公式来描述,且该公式仅有一个参数。我们工作最关键的结果就是验证了 $m = 0$ 分量的耦合参数与 $m = \pm 1$ 分量的耦合参数之比是普适性的。同时我们通过选择合适的光场失谐,实现了将 s 波 Feshbach 共振点与 p 波 Feshbach 共振点的重合。

我们直接测量了在周期性驱动的自旋轨道耦合的超冷费米气体中 Floquet 能带色散。利用自旋注入射频谱,通过快速的调制拉曼光的频率,我们观察到了二维自旋轨道耦合的狄拉克点会交替出现在能量较小两个能带或者能量较大的两个能带。这个结果说明我们实现了 Floquet 能带的拓朴改变。我们的工作为研究基础的 Floquet 物

理以及构造新奇拓扑量子物质提供了一个强有力工具。

关键词：自旋交换；光学操控； p 波 Feshbach 共振；Floquet 能带；自旋轨道耦合

Abstract

In recent years, with the development of experimental technology, the spin-orbit coupling for ultracold atomic gases provides a powerful platform for exploring many interesting quantum phenomena. Spin-orbit coupling can be used to simulate many interesting phenomena in condensed matter physics, such as spin Hall effect, topological insulators, topological superconductor and Majorana fermions. Magnetic-field-induced Feshbach resonance and optical Feshbach resonance are such powerful tools and has been widely used in studying strongly correlated degenerate atomic gases. The following is a summary of the main contents of this article:

First of all, we measured two key parameters of spin-orbit coupling: the spin-orbit coupling strength and the lifetime of the ^{87}Rb BEC. We measured the influence of laser polarization to the spin-orbit coupling strength in ultracold fermi gas. We perform our experiments employing a fermionic gas of ^{40}K in hyperfine state $|F = 9/2, m_F = 3/2\rangle$ and $|F = 9/2, m_F = 1/2\rangle$. Then, we study the influence of the phase noises of far detuning single frequency lasers on the lifetime of Bose-Einstein condensation (BEC) of ^{87}Rb in optical dipole trap. As a comparison, we shine continuous-wave single-frequency Ti:sapphire laser, external-cavity diode laser and phase locked diode laser on BEC respectively. We measured the heating and lifetime of BEC in two different hyperfine states: $|F = 2, m_F = 2\rangle$ and $|F = 1, m_F = 1\rangle$. In order to reduce the phase noise of external-cavity diode laser, we use an optical phase-locked loop for external-cavity diode laser to be locked on Ti:sapphire laser.

We experimentally study the spin exchange collision in ultracold ^{40}K Fermi gases. The quadratic Zeeman shift, trap potential and temperature of atomic cloud will influence on the spin changing dynamics. Dependences of the spin components populations on the external bias magnetic field, the optical trap depth and the temperature of atomic cloud are experimentally investigated. The spin exchange from the initial states to the final state are observed for different initial states. This work shows an interesting process of reaching equilibrium by redistribution among the spin states with the spin exchange collision in an ultracold large-spin Fermi gas.

We report the experimental results on the optical control of a p-wave Feshbach resonance by utilizing a laser-driven bound-to-bound transition to shift the energy of a

closed-channel molecule state. The magnetic field location for the p-wave resonance as a function of laser detuning can be captured by a simple formula with essentially one parameter, which describes how sensitively the resonance depends on the laser detuning. The key result of this work is to demonstrate, both experimentally and theoretically, that the ratio between this parameter for the $m = 0$ component of the resonance and that for the $m = \pm 1$ component, to a large extent, is universal. We also show that this optical control can create intriguing situations where interesting few- and many-body physics can occur, such as a p-wave resonance overlapping with an s-wave resonance or the three components of a p-wave resonance being degenerate.

We directly measure Floquet band dispersions in a periodically driven spin-orbit coupled ultracold Fermi gas. Using spin injection radio-frequency spectroscopy, we observe that the Dirac point originating from two dimensional spin-orbit coupling can be manipulated to emerge at the lowest or highest two dressed bands by fast modulating Raman laser frequencies, demonstrating topological change of Floquet bands. Our work will provide a powerful tool for understanding fundamental Floquet physics as well as engineering exotic topological quantum matter.

Key words: Spin exchange; optical control; P-wave Feshbach resonance; Floquet band; Spin-orbit coupling

第一章 绪论

1924年，年轻的印度物理学家玻色寄给爱因斯坦一篇论文，提出了一个新的统计理论。在此基础上，爱因斯坦将此理论应用到原子上，预测只要温度足够低，所有的原子将处在同一最低的能态上。这便是玻色爱因斯坦凝聚（BEC）^[1]。1938年，弗里茨·伦敦教授提出超流液态氦的本质原理就是一种凝聚行为，后来在实验中确实观察到了简并行为，但是超流液态氦只有十分之一的原子凝聚体。从此，BEC开始受到科学家的关注，并且希望有一天能在实验上观察到BEC。

早期由于找不到合适的实验体系以及实验技术的限制，对于BEC研究进展缓慢。随着技术的发展，1985年，朱棣文教授和他的团队首先在实验上实现了原子的“光学粘胶”，将 ^{23}Na 原子团冷却到多普勒极限 $240\mu\text{K}$ ^[2]。至此，对于BEC的研究进入了飞速发展的阶段，1988年，威廉菲利普教授将这温度进一步降低到 $40\mu\text{K}$ ^[3]。同年，法国的科恩塔诺季教授，利用新的激光冷却机制，将原子团的温度降到了 $2\mu\text{K}$ ^[4]。由于这三人对于BEC实现做出的贡献，三人获得了1997年诺贝尔物理学奖。终于，在1995年，美国科罗拉多大学实验天体物理联合研究所(JILA)的埃里克·康奈尔教授、卡尔·维曼教授及麻省理工学院(MIT)的沃尔夫冈·克特勒教授等人分别在 ^{87}Rb 原子^[5]和 ^{23}Na 原子^[6]中实现了BEC。为此，三人分享了2001年的诺贝尔物理学奖。随着技术的成熟与进步，大量其他原子气体也实现了BEC，这些原子主要包括碱金属 ^7Li , ^{23}Na , ^{39}K , ^{41}K , ^{85}Rb , ^{87}Rb , ^{133}Cs , ^{52}Cr 、碱土金属(^{40}Ca , ^{84}Sr , ^{86}Sr , ^{88}Sr)，以及镧系原子(^{174}Yb , ^{164}Dy , ^{168}Er)。

自然界的粒子包括两类：玻色子和费米子。我们把自旋为 $1/2$ 偶数倍的粒子称之为玻色子（光子、声子、 α 粒子等），把自旋为 $1/2$ 的奇数倍的原子称之为费米子（电子，质子、中子等）。玻色子服从玻色爱因斯坦统计；费米子服从费米-狄拉克统计。因此简并的费米子会表现出和玻色子截然不同的属性。因此在实现BEC后，科学家们把目光聚集到了实现费米子的简并。由于泡利不相容原理的限制，费米子单一自旋态的s波碰撞时禁止的，因此无法通过单一自旋态的费米子实现简并。解决的方法有两个：一、采用同一费米子的不同超精细态；二、采用不同的原子混合，做同步冷却。1999年，JILA的黛博拉金教授利用双组份的 ^{40}K 原子实验上首次实现了费米子的简并^[7]。之后世界上多个小组先后实现了其他费米子气体的简并，包括： ^{40}K 、 ^6Li 、 ^3He 、 ^{173}Yb 、 ^{87}Sr 、 ^{167}Er 。

在实现玻色爱因斯坦凝聚和简并费米气体后，超冷原子系统作为一个高度可控的实验平台，极大的拓展了物理学的研究领域。随着超冷原子系统技术的不断成熟与完善，大量的新技术，新现象被挖掘了出来。例如 Feshbach 共振技术^[8-10]，光晶格技术^[11-16]以及拉曼光耦合自旋态实现自旋轨道耦合的技术^[17-24]。这些技术为量子模拟提供了重要的技术基础。

1.1 超冷原子气体研究的新进展

1.1.1 利用近共振的激光操控 Feshbach 共振

利用扫描磁场来获得 Feshbach 共振作为一个强有力的工具已经被广泛的应用到研究强相互作用的简并气体^[25]，我们称之为磁场 Feshbach 共振。另一重要技术是利用激光来耦合散射态原子和激发态分子来操控 Feshbach 共振，我们称之为光学 Feshbach 共振^[26-32]，如图 1.1 所示。在超冷原子中利用激光来改变 s 波的散射长度要比磁场 Feshbach 共振更加灵活。因为我们可以任意的调节光的空间形态，同时我们还可以快速的改变激光的功率、波长以及模式。由于这些特性，我们可以将应用拓展到很多方面，例如：黑洞的模拟^[33,34]、控制孤立子的产生^[35]、研究 BEC 的塌缩^[36]等。另外一个有趣的应用就是我们可以利用激光来操控不同混合态原子的散射长度，这样我们通过改变激光的成分，从而独立的调控多个散射长度。这样来看，光学 Feshbach 共振可调控的参数要远远多于磁场 Feshbach 共振。

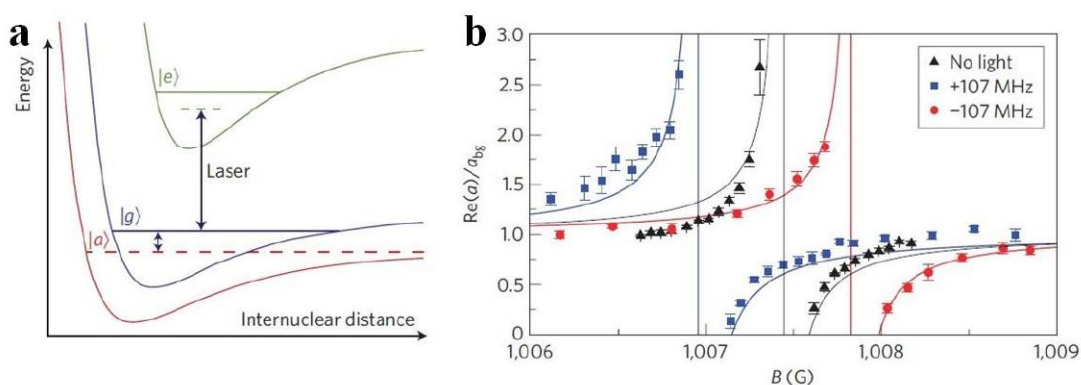


图 1.1 (a) 一束近共振的激光将分子基态 $|g\rangle$ 耦合到分子激发态 $|e\rangle$ 。(b) Feshbach 共振在不同失谐的激光作用下偏移 to 不同磁场点。图片来自文献^[37]。

一个熟知光学操控 Feshbach 共振的方法就是光缔合。但是到目前为止，科学家很少利用光缔合来操控散射长度。这是因为光缔合的方法会导致原子之间的较强的非弹性碰撞，从而导致原子的数目的快速损耗。最近，一个新的方法解决了这问题。

那就是将光学操控和磁场 Feshbach 共振结合起来。核心思想就是：利用激光将闭通道分子和激发态分子耦合起来，如图 1.1 (a) 所示，代替了将散射态原子耦合到激发态分子。用这种方法，科学家可以利用激光改变闭通道分子的能量，从而改变磁场 Feshbach 共振的共振点位置，如图 1.1 (b) 所示。科学家已经在玻色子^[37-39]和费米子^[40-41]中利用这一方法实现对磁场 Feshbach 共振点的操控。这种方法可以将原子的损耗降低一个数量级，但是仍然保留了光学 Feshbach 共振的全部优点。

1.1.2 超冷原子中自旋轨道耦合研究的新进展

1.1.2.1 多维自旋轨道耦合的实现

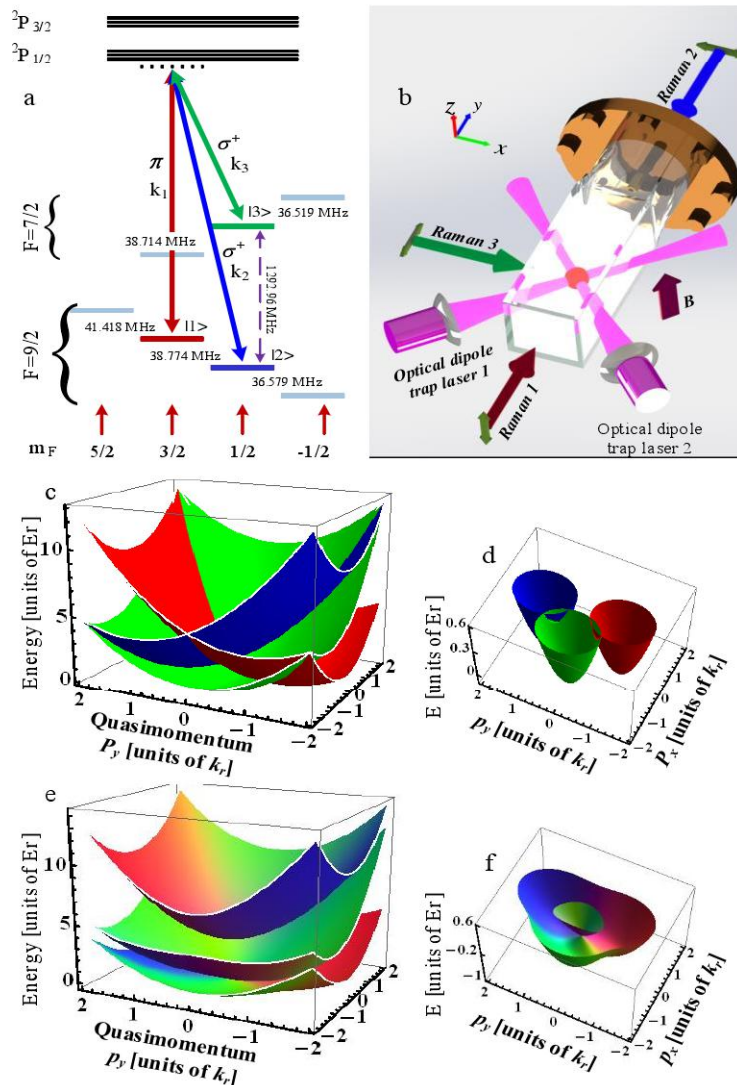


图 1.2 在费米子中实现二维自旋轨道耦合 (a) 实现二维自旋轨道耦合的能级跃迁示意图 (b) 实验装置及光路示意图，拉曼光 1 和 2 对射，沿着 y 方向传播，拉曼光 1

沿着 x 方向传播。(c) 不存在自旋轨道耦合时, 能量-动量色散图。(e) 存在自旋轨道耦合时, 能量-动量色散图。(d) (f) 是将 (c) (e) 图中低能态部分的放大。

自旋轨道耦合是近年来一个很热的研究课题。自旋轨道耦合描述的是量子粒子中自旋和动量的相互作用, 是物理系统中普遍存在的一个物理现象。在凝聚态物理中, 自旋轨道耦合发挥着极其重要的作用, 例如: 自旋霍尔效应^[42-43]、拓扑绝缘态^[44-46]、拓扑超导体^[47]、Majorana 费米子^[48]、自旋电子学^[49]、量子计算^[50]等。由于超冷原子系统的高度可控性, 为科学家提供了一个完美的平台来研究自旋轨道耦合。在固态材料中, 自旋轨道耦合来源于电子在原子本身固有电场中的运动, 其属性已经由给定的材料所决定, 不可调控。而对于超冷原子系统, “材料的参数”是可以调控配置的, 科学家可以根据需求, 通过改变光场的参数配置, 从而人为的调控自旋轨道耦合。

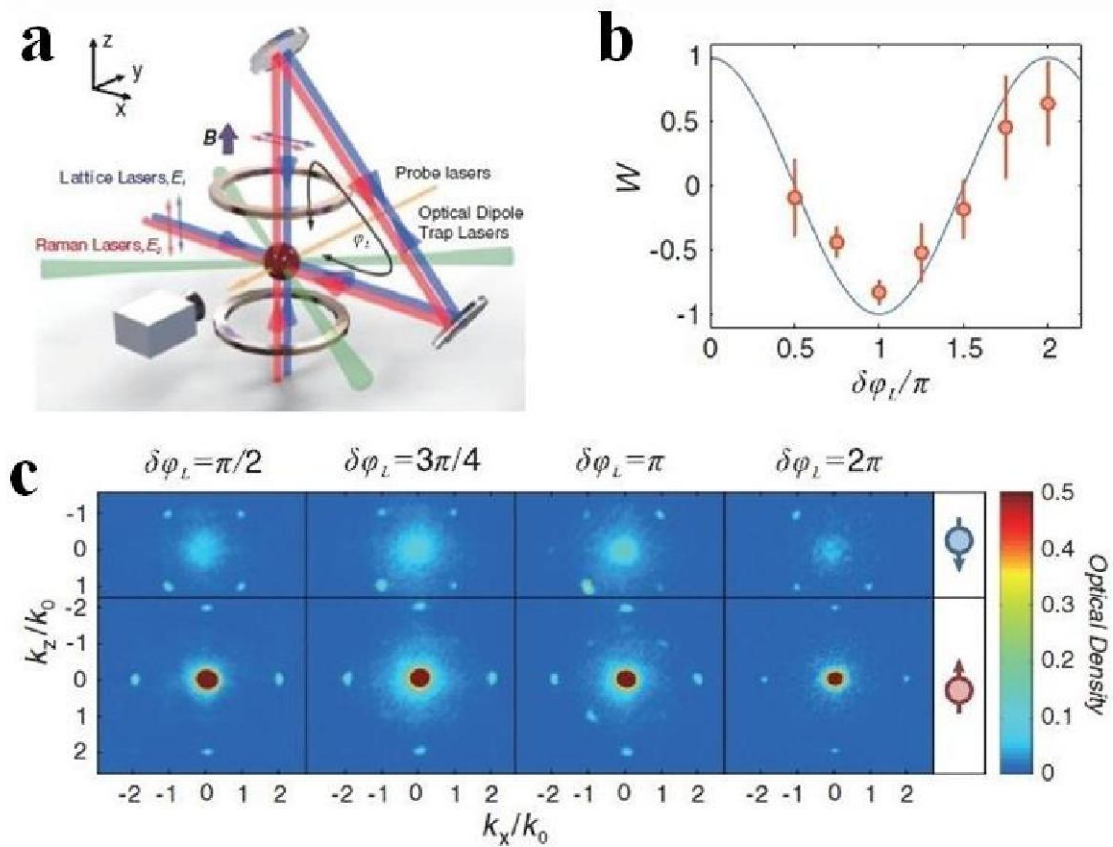


图 1.3 在光晶格中实现 BEC 的二维自旋轨道耦合 (a) 实现二维自旋轨道耦合实验装置以及光路示意图 (b) 拉曼耦合势与相对相位变化满足余弦函数 (c) 随着相对相位的变化, 自旋分辨的原子云的吸收成像图。

2011 年, NIST 的 Spielman 小组率先在玻色子 ^{87}Rb 的 BEC 中实现了一维的自旋-轨道耦合, 并且观测到混合相与独立相间的转变^[51]。2012 年, 我们实验小组和 MIT

的 Martin 小组先后分别在 ^{40}K ^[52]和 ^6Li ^[53]的简并费米气体中实现了一维的自旋轨道耦合，并且得到了自旋轨道耦合的能量-动量色散图。在实现一维自旋轨道耦合后，科学家们将目光聚焦到了实现二维的自旋轨道耦合，这对于探究二维的拓扑相位至关重要。2016 年，我们小组利用三束拉曼光耦合三个塞曼子能级在国际上首次实现了费米子的二维自旋轨道耦合，并且观察到了一个高度可控的狄拉克点^[54]，如图 1.2 所示。同年，中国科学技术大学的陈帅小组利用玻色子 ^{87}Rb 的 BEC 在光晶格中也实现二维的自旋轨道耦合^[55]，通过调节相对相位观察到了自旋轨道耦合由二维到一维的过渡转变，如图 1.3 所示。随后我们小组进一步通过改变三束光的偏振配置，成功的打开了狄拉克点^[56]。最近，在前面工作基础上，我们通过对拉曼光场加一个周期性的频率调制，观察到了 Floquet 能带拓扑改变^[57]，本文第五章将会做详细介绍。

超冷原子的自旋轨道耦合代表着一个快速发展且令人着迷的研究领域，它对于研究传统的凝聚态物理的特性扮演者重要角色，而且还为我们展示了很多在自然界没有被发现的新的物理现象。在未来它将为我们的提供更多的潜在应用。

1.1.2.2 获得长寿命的自旋轨道耦合超冷气体

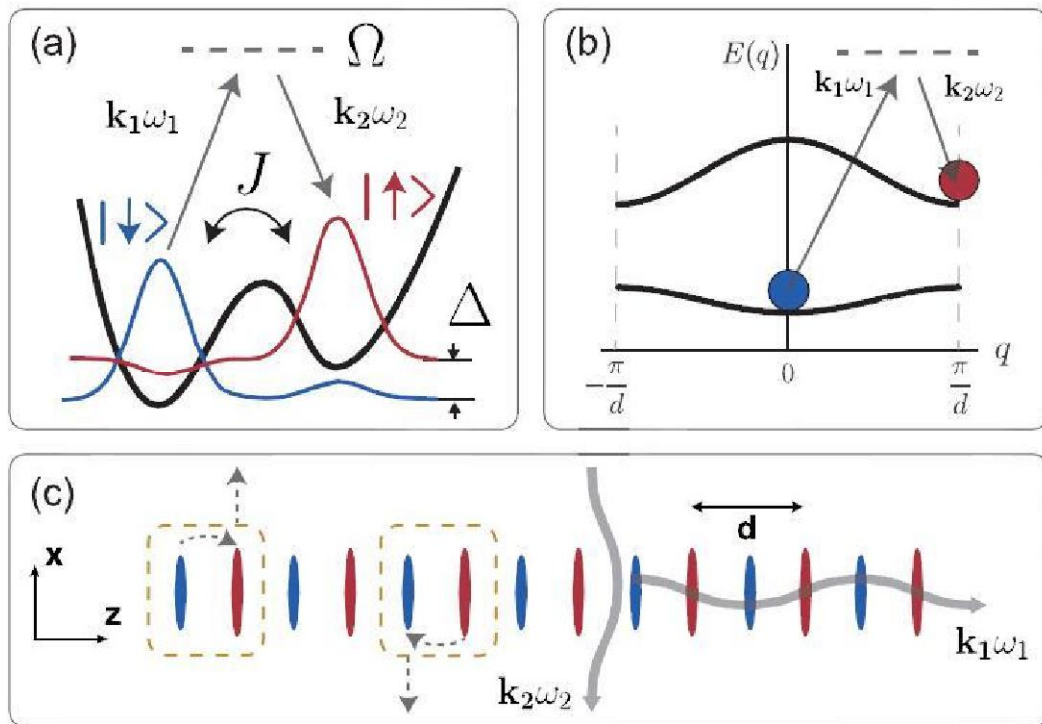


图 1.4 在超晶格中耦合轨道赝自旋实现自旋轨道耦合 (a) 超晶格的单位晶胞为双势阱，利用双光子拉曼过程将能量最低的本征态耦合到一起；(b) 超晶格能带结构中的拉曼过程；(c) 一个周期的超晶格的上视图。

利用拉曼光耦合原子的超精细态，虽然为我们提供了较高的可控性，但同时也由于原子的自发辐射，带来了较高的原子加热。简并气体的加热效应会导致简并度下降以及势阱原子数的降低，从而严重降低了简并气体的寿命^[52-54]，也就降低了自旋轨道耦合系统的可控性以及稳定性。这样会限制我们在长时间尺度下对量子多体现象的研究。

为此科学家们提出多种方案来延长自旋轨道耦合过程中超冷原子的寿命，降低气体的加热效应。1、利用一些性质特殊的原子。例如， ^{161}Dy 原子由于较大的基态角动量，可以有效的降低原子的加热效应^[58-59]； ^{173}Yb 由于比较窄的光学跃迁频率以及较大的超精细塞曼能级分裂^[60]，导致基态的原子对于外部磁场并不敏感，从而降低加热效应。2、改变实验方案。例如，可以在超晶格中利用外部轨道能级作为赝自旋态^[61]，通过耦合两赝自旋态，可以避免使用近共振的光，从而降低加热效应，延长寿命，如图 1.3 所示；采用不同的实验方案从而降低光晶格光强的方法，降低加热效应，获得了较宽的拓扑区域，寿命可以达到几秒^[62]。3、使用较好的激光源。使用线宽窄，低噪声的激光源来作为拉曼光，可以有效的降低原子的加热效应，本文第三章将会做介绍。

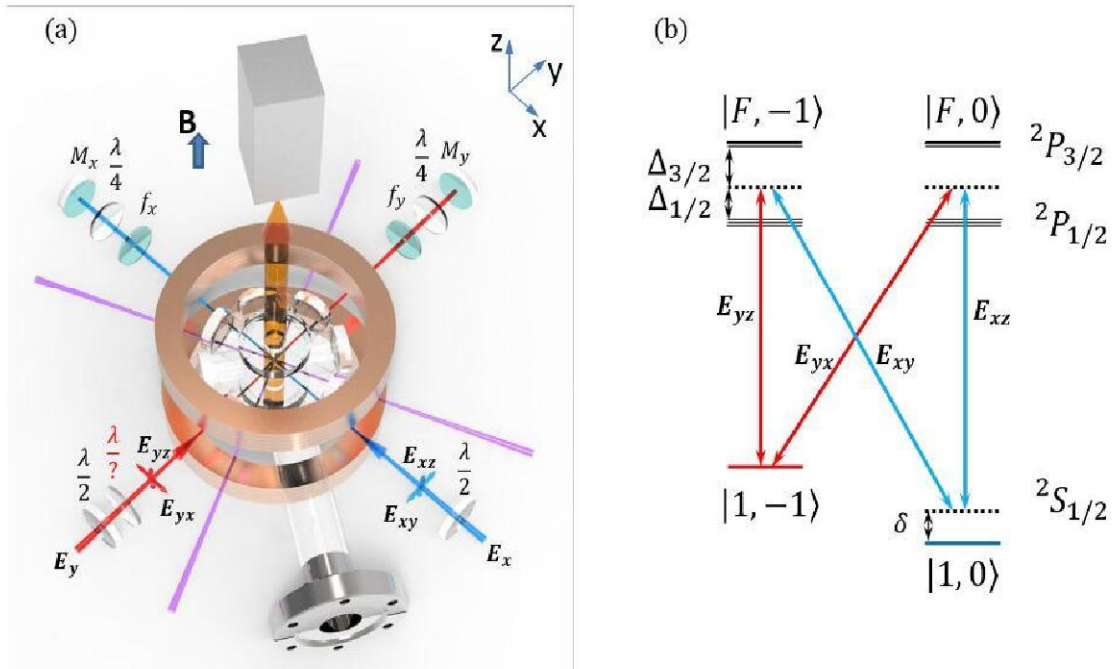


图 1.5 在光晶格中实现二维自旋轨道耦合新方案 (a) 实验装置以及光路设置；(b) 能级耦合示意图。

1.1.2.3 自旋张量动量耦合的超冷气体

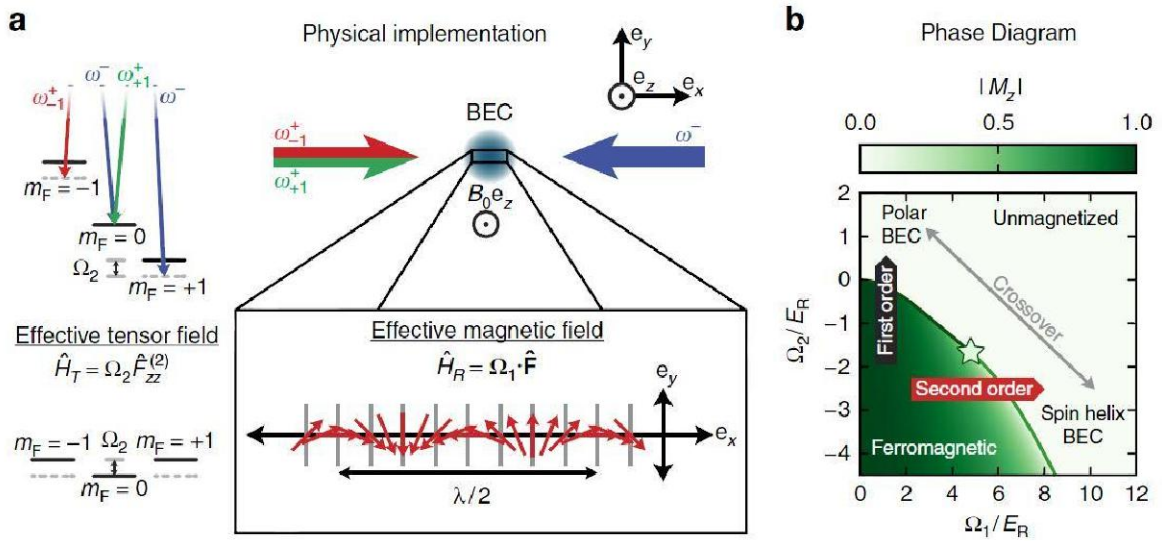


图 1.6 在 BEC 中实现了自旋为 1 的自旋轨道耦合的实验方案 (a) 能级跃迁示意图 实验光路设置; (b) 实验的相图, 图中画出了铁磁序参数的变化曲线。

到目前为止, 固体中以及冷原子系统的自旋轨道耦合, 自旋自由度为一阶的自旋矢量 $F_i (i = x, y, z)$, 比如电子的自旋为 $1/2$ 或者由原子的超精细态构成的赝自旋可以更大 (例如, 1 或者 $3/2$)。如图 1.6 所示, 实验上已经在 BEC 中实现了自旋为 1 的自旋轨道耦合^[63-64], 并且观察到了很多有趣的磁性物理现象^[65-69]。在数学上, 我们知道不仅仅存在自旋矢量, 在一个自旋量子数 ≥ 1 系统中还存在自旋张量 (例如, 不可约的二阶四级张量 $N_{ij} = (F_i F_j + F_j F_i)/2 - \delta_{ij} F^2/3$)。

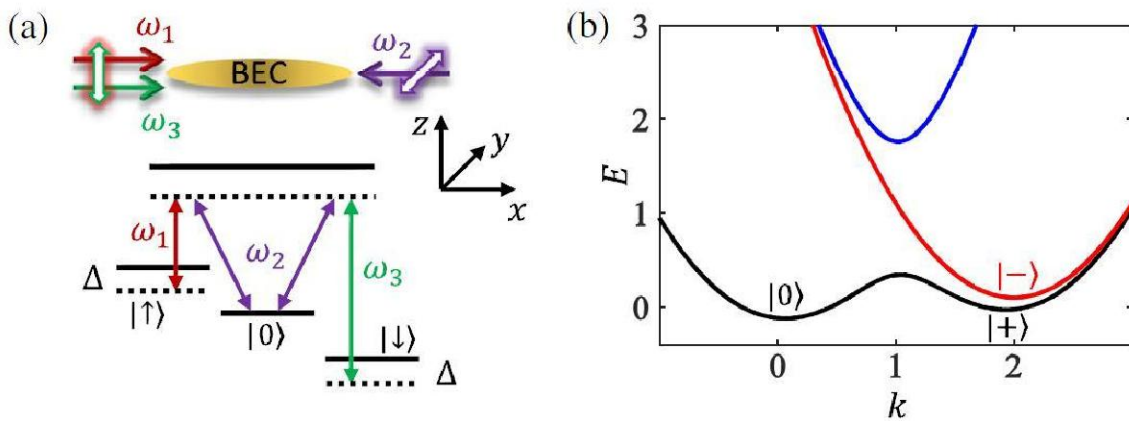


图 1.7 自旋张量动量耦合的实验方案 (a) 实验光路设置以及能耦合示意图; (b) 耦合强度为 0.5, 失谐为 0.1 时能带结构示意图。

德州大学的张传伟教授在理论上提出了一套在超冷原子气体中实现自旋张量动量耦合的实验方案^[70]，如图 1.7 所示。自旋张量动量耦合会显著的改变能带结构，必将涌现出大量新的多体相互作用的物理现象。这套方案对于玻色子和费米子同样适用。我们研究组已经在超冷费米子系统中观察到了一些相关现象。

1.2 论文结构

文章可以大致分为四个部分：第一部分介绍了在超冷原子研究领域的一些最新进展，尤其是 Feshbach 共振以及自旋轨道耦合的最新研究成果；第二部分介绍了实验室制备超冷玻色费米混合气体的实验装置和实验过程（第二章）；第三部分介绍了自旋轨道耦合的一些基本性质的研究（第三章）；第四部分介绍了我在博士期间完成三个研究课题（第四、五、六章）。下面具体罗列下每个章节的内容：

第二章，介绍我们超冷玻色费米混合气体的实验装置及实验过程。具体介绍了：一级 MOT 对原子的装载；二级 MOT 对原子的蒸发冷却以及光阱装载。最后介绍了原子的吸收成像。

第三章，介绍了在自旋轨道耦合实验中比较重要的两个性质：冷原子的寿命以及自旋轨道耦合的强度。本章主要关注了不同相位噪声的激光对于冷原子寿命的影响。并且探究了拉曼光的偏振对于自旋轨道耦合强度的影响。

第四章，主要介绍了利用调节外部磁场和光学偶极阱的阱深，在超冷费米气体中实现了自旋交换。同时我们还在谐振的光学阱中研究了自旋弛豫。最后，我们通过改变更多的实验参数（势阱的深度，不同的初始自旋混合态）来对自旋弛豫做了更细致的研究。

第五章，主要介绍了利用磁场 Feshbach 共振生成闭通道分子，再利用光场将闭通道分子耦合到激发态分子态。用这种方法，光场会改变闭通道分子的能量，从而改变了磁场 Feshbach 共振的共振磁场点位置。通过这个工作，我们得出一个重要的结论就：在实验上验证了对于 $m=0$ 组份的耦合参数和 $m=\pm 1$ 组份的耦合参数的比例在很大程度上是普适性的。另外我们还观察到了一些有趣的现象，比如可以通过调节光场的失谐来实现简并的 p 波以及将 s 波和 p 波的共振点相互重合。

第六章，主要介绍了利用二维的自旋轨道耦合作为一个平台来研究 Floquet 能带的产生。通过周期性的调制两束拉曼激光的频率，我们可以操控有效 Floquet 哈密顿函数的拉曼耦合强度和特性。因此，我们就可以改变 Floquet 能带的狄拉克点的位置。对于合适的调制参数，可以将狄拉克点从最初在较低两个缀饰能带调整到较高的两

个缀饰能带上。通过自旋注入射频光谱，利用调制在实验上诱导产生的 Floquet 能带，同时还观察到了能带的拓扑学改变。

参考文献

- [1] A. Einstein, *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., Bericht 1 3* (1925).
- [2] S. Chu, L. Hollberg, J. E. Bjorkholm, A. Cable, and A. Ashkin, Three-dimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.* 55, 48 (1985).
- [3] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, and C. Cohen-Tannoudji, Laser Cooling below the One-Photon Recoil Energy by Velocity-Selective Coherent Population Trapping. *Phys. Rev. Lett.* 61, 826 (1988).
- [4] P. D. Lett, R. N. Watts, C. I. Westbrook, W. D. Phillips, P. L. Gould, and H. J. Metcalf, Observation of Atoms Laser Cooled below the Doppler Limit. *Phys. Rev. Lett.* 61,169 (1988).
- [5] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman and E. A. Cornell, Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor. *Science* 269, 198 (1995).
- [6] K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn and W. Ketterle, Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms. *Phys. Rev. Lett.* 75, 3969 (1995).
- [7] B. DeMarco and D. S. Jin, Onset of Fermi Degeneracy in a Trapped Atomic Gas, *Science* 285, 1703 (1999).
- [8] H. Feshbach, Unified theory of nuclear reactions. *Ann. Phys.* 5, 357 (1958).
- [9] S. Inouye, M. R. Andrews, J. Stenger, H.-J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn, and W. Ketterle, Observation of Feshbach resonances in a Bose-Einstein condensate. *Nature* 392 151 (1998).
- [10] C. Chin, R. Grimm, P. Julienne and E. Tiesinga, Feshbach resonances in ultracold gases. *Rev. Mod. Phys.* 82 1225 (2010).
- [11] M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T. W. Hansch, and I. Bloch, Quantum Phase Transition From a Superfluid to a Mott Insulator in a Gas of Ultracold Atoms. *Nature (London)* 415, 39 (2002).
- [12] S. Schmid, G. Thalhammer, K. Winkler, F. Lang, and J. H. Denschlag, Long Distance Transport of Ultracold Atoms Using a 1D Optical Lattice. *New J. Phys.* 8, 159 (2006).

- [13] Oliver Morsch, Markus Oberthaler, Dynamics of Bose-Einstein Condensates in Optical Lattices. *Rev. Mod. Phys.* 78, 179 (2006)
- [14] D. Jaksh, H. J. Briegel, J. I. Cirac, C. W. Gardiner, and P. Zoller, Entanglement of Atoms via Cold Controlled Collisions. *Phys. Rev. Lett.*, 82, 1975 (1999).
- [15] O. Mandel, M. Greiner, A. Widera, T. Rom, T. W. Hänsch, and I. Bloch, Controlled Collisions for Multi-particle Entanglement of Optically Trapped Atoms. *Nature* 425, 937 (2003).
- [16] D. Jaksch, C. Bruder, J. I. Cirac, C. W. Gardiner, and P. Zoller, Cold Bosonic Atoms in Optical Lattices. *Phys. Rev. Lett.*, 81, 3108 (1998).
- [17] Y. J. Lin, K. Jimenez-Garcia, I. B. Spielman, Spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensates. *Nature (London)* 471,83 (2011).
- [18] J. Y. Zhang, S. C. Ji, Z. Chen, L. Zhang, Z. D. Du, B. Yan, G. S. Pan, B. Zhao, Y. J. Deng, H. Zhai, S. Chen, and J. W. Pan, Collective Dipole Oscillation of a Spin-orbit Coupled Bose-Einstein Condensate. *Phys. Rev. Lett.* 109, 115301 (2012).
- [19] P. J. Wang, Z. Q. Yu, Z. K. Fu, J. Miao, L. H. Huang, S. J. Chai, H. Zhai, and J. Zhang. Spin-Orbit Coupled Degenerate Fermi Gases. *Phys. Rev. Lett.* 109, 095301 (2012).
- [20] Lawrence W. Cheuk, Ariel T. Sommer, Zoran Hadzibabic, Tarik Yefsah, Waseem S. Bakr, and Martin W. Zwierlein. Spin-Injection Spectroscopy of a Spin-Orbit Coupled Fermi Gas. *Phys. Rev. Lett.* 109, 095302 (2012).
- [21] C. L. Qu, C. Hamner, M. Gong, C. W. Zhang, and P. Engels, Observation of Zitterbewegung in a spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. A* 88, 021604(R) (2013).
- [22] Z. K. Fu, L. H. Huang, Z. M. Meng, P. J. Wang, L. Zhang, S. Z. Zhang, H. Zhai, P. Zhang and J. Zhang, Production of Feshbach molecules induced by spin-orbit coupling in Fermi gases, *Nature Phys* 10, 110 (2014).
- [23] Ji, S.-C. *et al.* Experimental determination of the finite-temperature phase diagram of a spin-orbit coupled Bose gas. *Nature Phys.* 10, 314 (2014).
- [24] Cole, W. S., Zhang, S., Paramakanti, A. and Trivedi, N. Bose-Hubbard models with synthetic spin-orbit coupling: Mott insulators, spin textures, and superfluidity. *Phys. Rev. Lett.* 109, 085302 (2012).

- [25] C. Chin, R. Grimm, P. Julienne, and E. Tiesinga, Feshbach Resonances in Ultracold Gases. *Rev. Mod. Phys.* 82, 1225 (2010).
- [26] Fedichev, P. O., Kagan, Y., Shlyapnikov, G. V. & Walraven, J. T. M. Influence of nearly resonant light on the scattering length in low-temperature atomic gases. *Phys. Rev. Lett.* 77, 2913-2916 (1996).
- [27] Bohn, J. L. & Julienne, P. S. Prospects for influencing scattering lengths with far-off-resonant light. *Phys. Rev. A* 56, 1486-1491 (1997).
- [28] Fatemi, F. K., Jones, K. M. & Lett, P. D. Observation of optically induced Feshbach resonances in collisions of cold atoms. *Phys. Rev. Lett.* 85, 4462-4465 (2000).
- [29] Theis, M. et al. Tuning the scattering length with an optically induced Feshbach resonance. *Phys. Rev. Lett.* 93, 123001 (2004).
- [30] Thalhammer, G., Theis, M., Winkler, K., Grimm, R. & Hecker Denschlag, J. Inducing an optical Feshbach resonance via stimulated Raman coupling. *Phys. Rev. A* 71, 033403 (2005).
- [31] Jones, K. M., Tiesinga, E., Lett, P. D. & Julienne, P. S. Ultracold photoassociation spectroscopy: Long-range molecules and atomic scattering. *Rev. Mod. Phys.* 78, 483-535 (2006).
- [32] Enomoto, K., Kasa, K., Kitagawa, M. & Takahashi, Y. Optical Feshbach resonance using the intercombination transition. *Phys. Rev. Lett.* 101, 203201 (2008).
- [33] Garay, L. J., Anglin, J. R., Cirac, J. I. & Zoller, P. Sonic analog of gravitational black holes in Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.* 85, 4643 (2000).
- [34] Carusotto, I., Fagnocchi, S., Recati, A., Balbinot, R. & Fabbri, A. Numerical observation of Hawking radiation from acoustic black holes in atomic Bose-Einstein condensates. *New J. Phys.* 10, 103001 (2008).
- [35] Rodas-Verde, M. I., Michinel, H. & Pérez-García, V. M. Controllable soliton emission from a Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.* 95, 153903 (2005).
- [36] Dong, G., Hu, B. & Lu, W. Ground-state properties of a Bose-Einstein condensate tuned by a far-off-resonant optical field. *Phys. Rev. A* 74, 063601 (2006).
- [37] D. M. Bauer, M. Lettner, C. Vo, G. Rempe, and S. Dürr. Control of a magnetic Feshbach resonance with laser light. *Nat. Phys.* 5, 339 (2009).

- [38] G. Thalhammer, M. Theis, K. Winkler, R. Grimm, and J. H. Inducing an optical Feshbach resonance via stimulated Raman coupling Denschlag. *Phys. Rev. A* 71, 033403 (2005).
- [39] L. W. Clark, L.-C. Ha, C.-Y. Xu, and C. Chin. Quantum Dynamics with Spatiotemporal Control of Interactions in a Stable Bose-Einstein Condensate *Phys. Rev. Lett.* 115, 155301 (2015).
- [40] Z. Fu, P. Wang, L. Huang, Z. Meng, H. Hu, and J. Zhang. Optical control of a magnetic Feshbach resonance in an ultracold Fermi gas *Phys. Rev. A* 88, 041601 (2013).
- [41] A. Jagannathan, N. Arunkumar, J. A. Joseph, and J. E. Thomas. Optical Control of Magnetic Feshbach Resonances by Closed-Channel Electromagnetically Induced Transparency. *Phys. Rev. Lett.* 116, 075301 (2016).
- [42] Kato, Y. K., Myers, R. C., Gossard, A. C. & Awschalom, D. D. Observation of the spin Hall effect in semiconductors. *Science* 306, 1910–1913 (2004).
- [43] König M, Wiedmann S, Brüne C, Roth A, Buhmann H, Molenkamp LW, Qi XL, Zhang SC. Quantum spin Hall insulator state in HgTe quantum wells. *Science* 318, 766–770 (2007).
- [44] Kane, C. L. & Mele, E. J. Z_2 topological order and the quantum spin Hall effect. *Phys. Rev. Lett.* 95, 146802 (2005).
- [45] Bernevig, B. A., Hughes, T. L. & Zhang, S. C. Quantum spin Hall effect and topological phase transition in HgTe quantum wells. *Science* 314, 1757–1761 (2006).
- [46] D. Hsieh, D. Qian, L. Wray, Y. Xia, Y. S. Hor, R. J. Cava & M. Z. Hasan. A topological Dirac insulator in a quantum spin Hall phase. *Nature* 452, 970–974 (2008).
- [47] X. L. Qi and S. C. Zhang, Topological insulators and superconductors. *Rev. Mod. Phys.* 83, 1057 (2011).
- [48] W. Mao, P. Coleman, C. Hooley, and D. Langreth. Spin Dynamics from Majorana Fermions. *Phys. Rev. Lett.* 91, 207203 (2003).
- [49] J. D. Koralek, C. P. Weber, J. Orenstein, B. A. Bernevig, Shou Cheng Zhang, S. Mack & D. D. Awschalom. Emergence of the persistent spin helix in semiconductor quantum wells. *Nature* 458, 610–613 (2009).
- [50] Xuedong Hu and S. Das Sarma. Spin-based quantum computation in multielectron quantum dots. *Phys. Rev. A* 64, 042312 (2001)

- [51] Y. J. Lin, K. Jimenez-Garcia, I. B. Spielman, Spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensates. *Nature (London)* 471,83 (2011).
- [52] P. J. Wang, Z. Q. Yu, Z. K. Fu, J. Miao, L. H. Huang, S. J. Chai, H. Zhai, and J. Zhang. Spin-Orbit Coupled Degenerate Fermi Gases. *Phys. Rev. Lett.* 109, 095301 (2012).
- [53] Lawrence W. Cheuk, Ariel T. Sommer, Zoran Hadzibabic, Tarik Yefsah, Waseem S. Bakr, and Martin W. Zwierlein. Spin-Injection Spectroscopy of a Spin-Orbit Coupled Fermi Gas. *Phys. Rev. Lett.* 109, 095302 (2012).
- [54] L. Huang, Z. Meng, P. Wang, P. Peng, S. Zhang, L. Chen, D. Li, Q. Zhou, and J. Zhang, Experimental Realization of Two-Dimensional Synthetic Spin-Orbit Coupling in Ultracold Fermi Gases. *Nat. Phys.* 12, 540 (2016).
- [55] Z. Wu, L. Zhang, W. Sun, X. T. Xu, B. Z. Wang, S.C. Ji, Y. Deng, S. Chen, X. J. Liu, and J. W. Pan, Realization of Two-Dimensional Spin-Orbit Coupling for Bose-Einstein Condensates, *Science* 354, 83 (2016).
- [56] Meng, Z., Huang, L., Peng, P., Li, D., Chen, L., Xu, Y., Zhang, C., Wang, P. & Zhang, J. Experimental observation of topological band gap opening in ultracold Fermi gases with two-dimensional spin-orbit coupling. *Phys. Rev. Lett.* 117, 235304 (2016).
- [57] L. Huang, P. Peng, D. Li, Z. Meng, L. Chen, C. Qu, P. Wang, C. Zhang, J. Zhang. Observation of Floquet band topology change in driven ultracold Fermi gases. *arXiv:1704.00132*
- [58] Xiaoling Cui, Biao Lian, Tin Lun Ho, Benjamin L. Lev, and Hui Zhai. Synthetic gauge field with highly magnetic lanthanide atoms. *Phys. Rev. A* 88, 011601(R) (2013).
- [59] Michael L. Wall, Andrew P. Koller, Shuming Li, Xibo Zhang, Nigel R. Cooper, Jun Ye, and Ana Maria Rey. Synthetic Spin-Orbit Coupling in an Optical Lattice Clock. *Phys. Rev. Lett.* 116, 035301 (2016).
- [60] Bo Song, Chengdong He, Shanchao Zhang, Elnur Hajiyeve, Wei Huang, Xiong Jun Liu, and Gyu-Boong Jo. Spin-orbit-coupled two-electron Fermi gases of ytterbium atoms. *Phys. Rev. A* 94, 061604(R) (2016)
- [61] Junru Li, Wujie Huang, Boris Shteynas, Sean Burchesky, Furkan Çağrı Top, Edward Su, Jeongwon Lee, Alan O. Jamison, and Wolfgang Ketterle. Spin-Orbit Coupling and Spin Textures in Optical Superlattices. *Phys. Rev. Lett.* 117, 185301 (2016).

- [62] Wei Sun, Bao Zong Wang, Xiao Tian Xu, Chang Rui Yi, Long Zhang, Zhan Wu, Youjin Deng, Xiong Jun Liu, Shuai Chen, Jian-Wei Pan. Long-lived 2D Spin-Orbit coupled Topological Bose Gas. arXiv:1710.00717
- [63] D. Campbell, R. Price, A. Putra, A. Vald'es-Curiel, D. Trypogeorgos, and I. B. Spielman, Magnetic phases of spin-1 spin-orbit-coupled Bose gases, *Nat. Commun.* 7, 10897 (2016).
- [64] X. Luo, L. Wu, J. Chen, Q. Guan, K. Gao, Z.-F. Xu, L. You, and R. Wang, Tunable atomic spin-orbit coupling synthesized with a modulating gradient magnetic field, *Sci. Rep.* 6, 18983 (2016).
- [65] Z. Lan and P. Öhberg, Raman-dressed spin-1 spin-orbitcoupled quantum gas, *Phys. Rev. A* 89, 023630 (2014).
- [66] S. S. Natu, X. Li, and W. S. Cole, Striped ferronematic ground states in a spin-orbit-coupled $S = 1$ Bose gas, *Phys. Rev. A* 91, 023608 (2015).
- [67] K. Sun, C. Qu, Y. Xu, Y. Zhang, and C. Zhang, Interacting spin-orbit-coupled spin-1 Bose-Einstein condensates, *Phys. Rev. A* 93, 023615 (2016).
- [68] Z.-Q. Yu, Phase transitions and elementary excitations in spin-1 Bose gases with Raman-induced spin-orbit coupling, *Phys. Rev. A* 93, 033648 (2016).
- [69] G. Martone, F. Pepe, P. Facchi, S. Pascazio, and S. Stringari, Tricriticalities and Quantum Phases in Spin-Orbit-Coupled Spin-1 Bose Gases, *Phys. Rev. Lett.* 117, 125301 (2016).
- [70] Xi Wang Luo, Kuei Sun, and Chuanwei Zhang. Spin-Tensor–Momentum-Coupled Bose-Einstein Condensates. *Phys. Rev. Lett.* 119, 193001 (2017).

第二章 超冷玻色费米混合气体的制备

2.1 概述

本章我将对我们的冷原子实验系统做一个简单的介绍。我们的冷原子系统包含两级磁光阱(MOT) [1-6]。一级 MOT 对原子进行俘获和预冷却。之后我们利用推送光（一束脉冲光束），将一级 MOT 中俘获的原子推送到二级 MOT，做进一步冷却。当二级 MOT 中俘获的原子数目达到实验要求后，我们对原子进行压缩磁光阱、偏振梯度冷却以及光抽运过程将原子制备到低场趋近态 [2-6]。由于二级 MOT 中存在一个零点，环境和磁场的噪声会引起 Majorana 跃迁，从引起原子的加热效应，使原子数目损耗。所以在我们的系统中加入一个 Ioffe 线圈，构建了 QUIC 阱，通过调节四级线圈和 Ioffe 的电流，把冷原子转移到 QUIC 阱中进行射频蒸发冷却 [6-12]。最后，把冷原子转移回 Cell 中心，随后将原子绝热的装载到光学偶极阱中（由两束波长为 1064 的远红外激光构成）进行光阱蒸发冷却 [13-14]，最终获得玻色爱因斯坦凝聚（BEC）或者简并的费米气体（DFG）。实验中，我们使用吸收成像来获得冷原子云的数目、密度、温度以及动量等信息。

我们系统中选用的玻色子为 ^{87}Rb ，费米子为 ^{40}K 。为了获得玻色爱因斯坦凝聚，我们可以直接通过激光冷却和射频蒸发冷却得到；对于费米气体，由于泡利不相容原理，单一自旋态的费米子之间的 s 波碰撞是禁止的，无法自身冷却自己，所以在我们实验中利用 ^{87}Rb 玻色子对 ^{40}K 费米子进行协同冷却来实现费米子简并。

2.2 超冷原子的制备

2.2.1 一级 MOT 对原子俘获与预冷却

由于玻色子 ^{87}Rb 原子的自然丰度较高，我们直接将 Rb 泡密封到真空系统中。而费米子 ^{40}K 自然丰度较低，我们无法获得 ^{40}K 含量高的释放剂，只能获得 ^{40}K 含量较高的氯化钾。因此我们参照 Jin 小组的方法 [15]，采用氯化钾和高纯度金属钙在高温下发生置换反应，从而获得 ^{40}K 原子。 ^{40}K 和 ^{87}Rb 均被释放到一级真空气室，利用对释放剂的加热来控制原子的释放速度。

如图 2.1 所示，一级 MOT 由六交叉的激光和一组四级线圈组成。一级 MOT 可以从真空气室的碱金属背景气体中有效的俘获原子，并且将碱金属原子冷却到 mk 量级。在一级 MOT 俘获原子的同时，一束脉冲推送光从一级真空气室前端射入到一级

真空气室。推送光将俘获的原子推送到二级 MOT。 ^{40}K 原子的推送光功率为 0.7mw， ^{87}Rb 原子推送光的功率为 1mw。

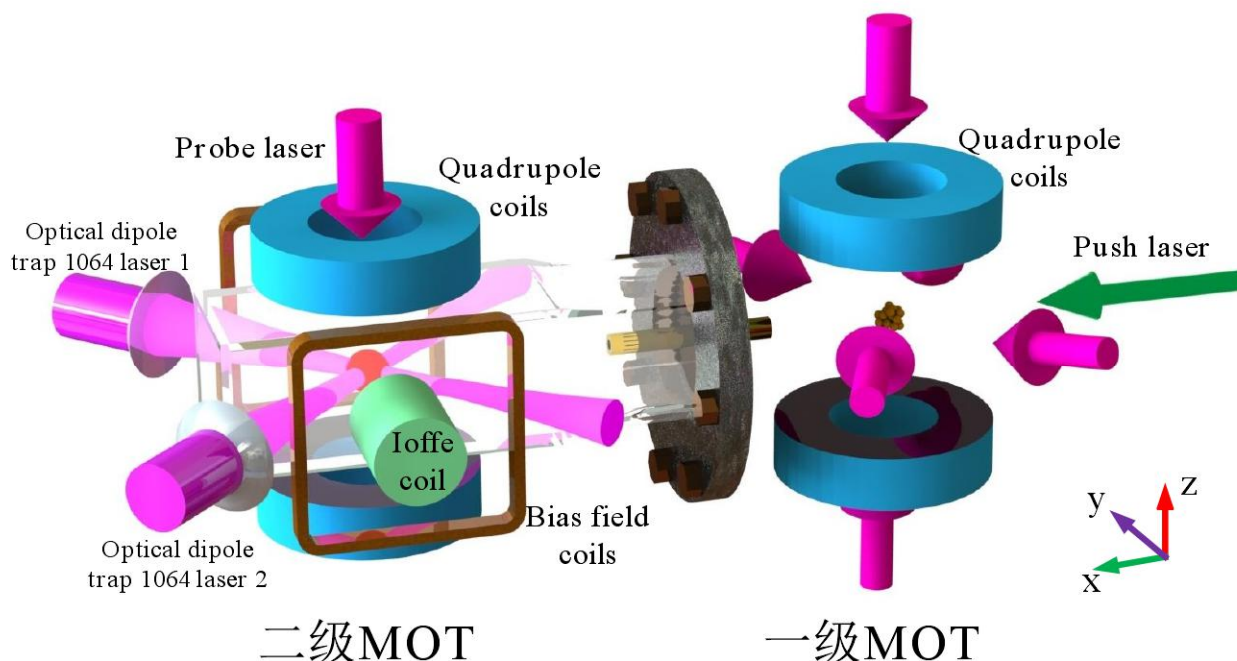


图 2.1 实验装置图 冷原子系统由两级 MOT 组成，一级 MOT 由一组四级线圈和六束对射激光组成，一级 MOT 将碱金属原子从背景气体中俘获，并进行预冷却。一级 MOT 中的俘获的原子由一束推送光推送到二级 MOT，推送光从一级 MOT 前面板射入；二级 MOT 由一组四级线圈、一组偏置线圈、Ioffe 线圈、以及六束对射激光组成。碱金属原子在经过蒸发冷却后，装载到光学偶极阱进一步冷却，光学偶极阱由两束在 x-y 平面内的交叉 1064nm 激光构成。

2.2.2 二级 MOT 对原子的蒸发冷却

为了实现简并的玻色 ^{87}Rb 气体，我们只需在二级 MOT 中装载 ^{87}Rb 原子。但是如果要实现 ^{40}K 费米气体的简并，我们需要先装载 ^{40}K 原子，当装载足够的 ^{40}K 原子后，开始装载 ^{87}Rb 原子，防止 ^{87}Rb 原子对 ^{40}K 原子的碰撞，导致 ^{40}K 原子的损耗，影响 ^{40}K 原子的装载效率。

当二级 MOT 装载足够多的原子后，我们对原子首先进行压缩磁光阱、偏振梯度冷却以及光抽运，将原子制备到同一低场趋近态 (^{87}Rb 为 $|F = 2, m_F = 2\rangle$ 态、 ^{40}K 为 $|F = 9/2, m_F = 9/2\rangle$ 态)。为了防止过零点的四级阱造成原子的 Majorana 跃迁，使原

子损耗。如图 2.2 所示，我们通过调节四级线圈和 Ioffe 线圈的电流，将原子转移到 QUIC 阱^[6-12]。在 QUIC 阱中，我们利用射频线圈对原子进行 5 步蒸发冷却。通过蒸发冷却，原子的密度不断增加，温度不断降低，量子统计逐渐变得重要了。对玻色子 ^{87}Rb 原子进行蒸发冷却，我们只需利用 ^{87}Rb 原子对自身冷却即可。但是对于费米子，由于泡利不相容原理，相同自旋态的 s 波碰撞是禁止的，我们选择利用 ^{87}Rb 原子对费米子做协同冷却。

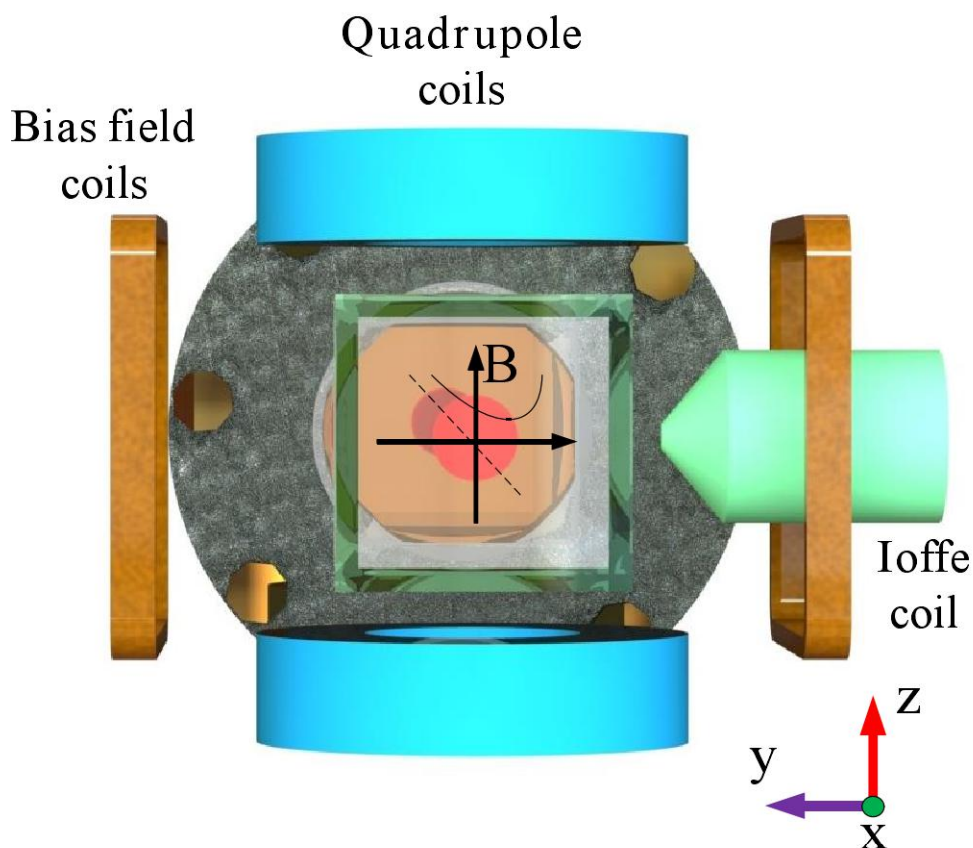


图 2.2 QUIC 阱示意图 图为冷原子系统的前视图，通过调节四级线圈和 Ioffe 线圈的电流逐步将原子移到 QUIC 阱中，QUIC 阱位置偏移 Cell 中心位置，靠近 Cell 的右边界。磁场方向在 z 方向。在 QUIC 阱形成过程中以及蒸发过程中，我们打开一组偏置磁场，来补偿磁场，图中的黄色线圈。

通过蒸发冷却后，需要将原子进行远距离运输，将原子转移到 Cell 中心，转移距离大概为 12mm。转移的过程分为 24 个线性阶段，通过改变每个阶段的四级电源和 Ioffe 电源的电流，使原子在转移到 Cell 中心后，还有足够的寿命和原子数，保证光学偶极阱的装载。

2.2.3 光阱的装载和蒸发冷却

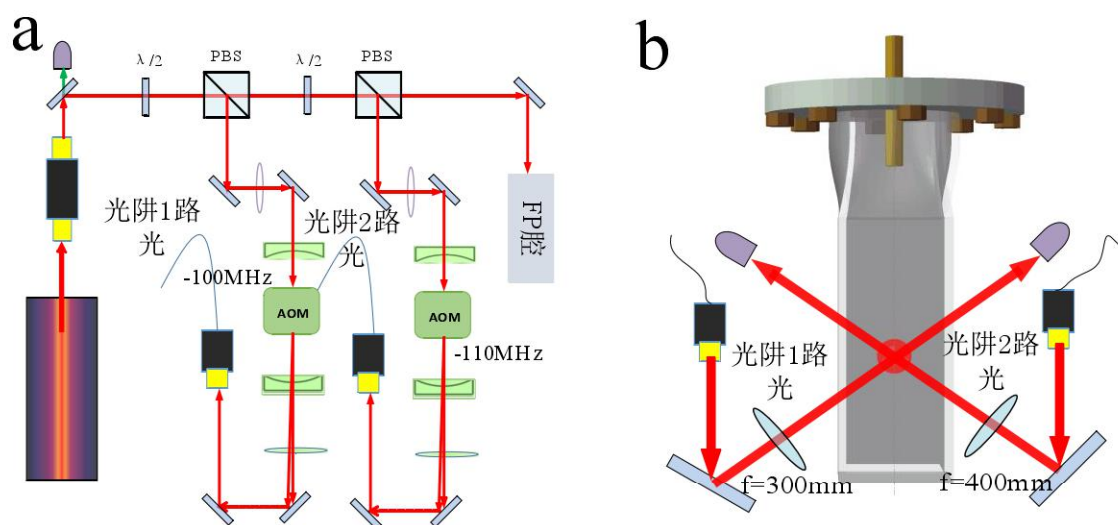


图 2.3 光学偶极阱光路示意图 (a) 1064 红外激光器输出总功率为 20W，经过 PBS 分别分出光阱 1 路光和光阱 2 路光，1 路光单穿经过声光调制器，移频为 -100MHz，2 路光单穿经过声光调制器，移频为 -110MHz，利用声光调制器我们可以快速的开关激光以及调节两路光的强弱来满足实验需求。最终两路光注入光纤，光纤输出功率分别为 1W 和 2W。实验中我们利用 FP 腔来监视激光器的模式。(b) 1 路和 2 路红外激光通过光纤导入 Cell 附近，随后分别经过焦距为 300mm 和 400mm 的凸透镜将激光汇聚，两束光的焦点恰好为原子云的位置。

当原子经过 QUIC 阱的蒸发冷却，转移回 Cell 中心后， ^{87}Rb 的原子数目典型值为 3×10^7 ，温度典型值为 $1.5 \mu\text{K}$ ， ^{40}K 原子数目的典型值为 9×10^6 ，如图 2.5 (a)

(b) 所示。此时打开两束相互交叉（夹角为 90° ）波长为 1064nm 的远红外激光构成的光学偶极阱，将原子绝热的装载到光学偶极阱中。如图 2.3 所示，两束 1064 远红外激光由同一高功率红外激光器来提供，经过偏振分光棱镜分出两束光分别经过两个声光调制器，最后进入光纤导入 Cell。两束 1064 远红外激光从 Cell 的侧面射入，交叉点的位置正好为原子云的位置。其中一路光使用 300mm 焦距的透镜聚焦，腰斑半径为 $38\mu\text{m}$ ，功率为 1W。二路光使用 400mm 焦距的透镜，腰斑半径为 $49\mu\text{m}$ ，功率为 2W。两路光在焦点处相交，并且与原子云重合。

光阱装载完成后，我们需要对原子进行进一步的蒸发冷却，来实现 BEC 以及 DFG。我们利用连续降低势阱的深度，使得能量大的原子逃逸到势阱外，剩下的原子经过弹性碰撞重新达到热平衡，从而降低了体系的温度。随着原子数目的减少，相空

间密度不断增加，最终实现原子的简并。如果我们实验只需要得到简并费米子，那么还需要加一束 0.03ms 的共振激光 (780nm)，来移除剩余的 ^{87}Rb 原子。达到简并后， ^{40}K 原子数目为 6×10^6 ，原子处在 $|F = 9/2, m_F = 9/2\rangle$ 态，简并参数为 $T/T_F \approx 0.3$ ， T_F 为费米温度，定义为： $T_F = E_F/k_B = (6N)^{1/3} \hbar \bar{\omega} / k_B$ ，其中 $\bar{\omega} \approx 2\pi \times 80\text{Hz}$ ，是激光的俘获频率，如图 2.5 (d) 所示。达到 BEC 简并 ^{87}Rb 原子数目为 6×10^5 ，原子处在 $|F = 2, m_F = 2\rangle$ 态，如图 2.5 (c) 所示。

2.2.4 吸收成像

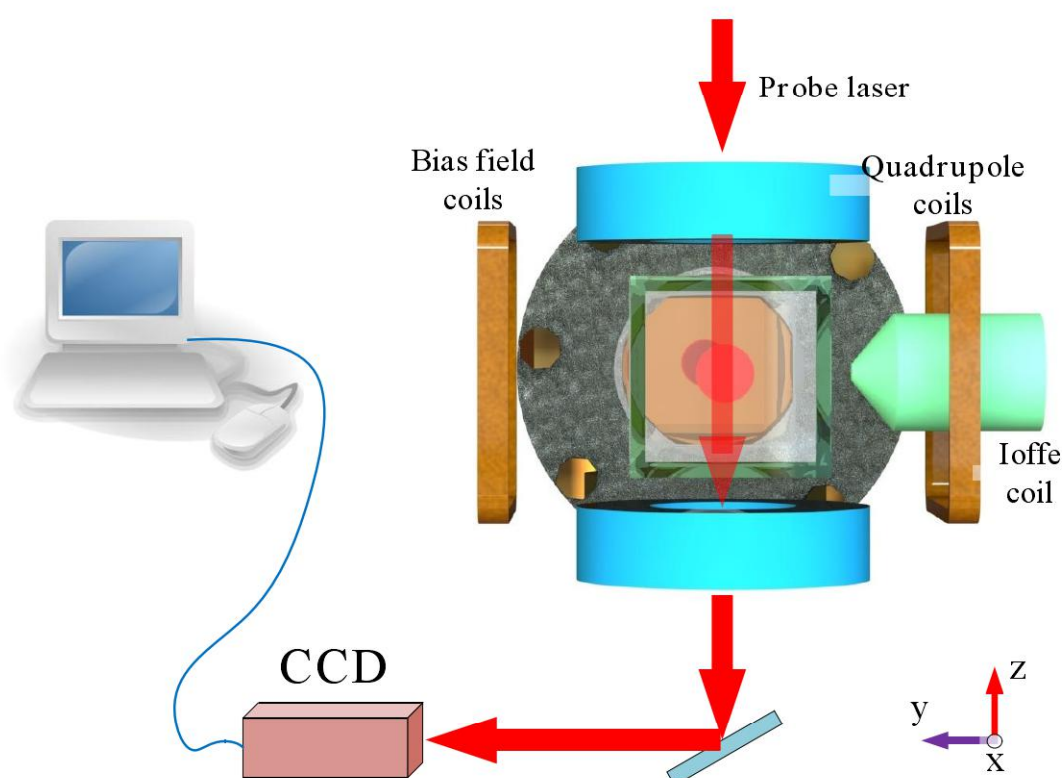


图 2.4 吸收成像光路示意图 探测光由四级线圈上端射入 Cell，方向沿着 z 方向，照射到原子上获得原子信息后，从四级线圈下端射出，随后进入 CCD，进行成像，最后经过计算机软件处理，则可以得到原子团的二维光学密度分布图。

在得到简并的冷原子气体后，为了获得原子云的信息，我对原子进行吸收成像。简并的原子气体的尺寸很小，密度较高，需要首先进行自由飞行，再做吸收成像。我们同时光关闭磁阱以及光阱，对于 ^{87}Rb 原子，自由飞行时间为 30ms ， ^{40}K 原子的飞行时间为 12ms 。飞行完成后，我们从四级线圈上方射入一探测光，再利用 CCD (Charge

coupled devices) 成像, 如图 2.4 所示。CCD 成像数据, 传输到电脑利用软件对数据进行成像处理。我们采集的数据成像区域分辨率为 1024×1024 , 如图 2.5 所示。一次吸收成像的过程需要成三次像: 1、探测光穿过冷原子气体后的成像; 2、无原子的探测光成像; 3、无探测光的背景成像。最后我们利用这三幅成像, 将含有原子信息的成像剔除背景信息以及探测光的信息, 我们便得到了原子团的二维光学密度分布图。从图中可以得到原子数、温度、密度等的原子云的关键信息。如图 2.5 所示, 是我们实验系统吸收成像的最终结果。

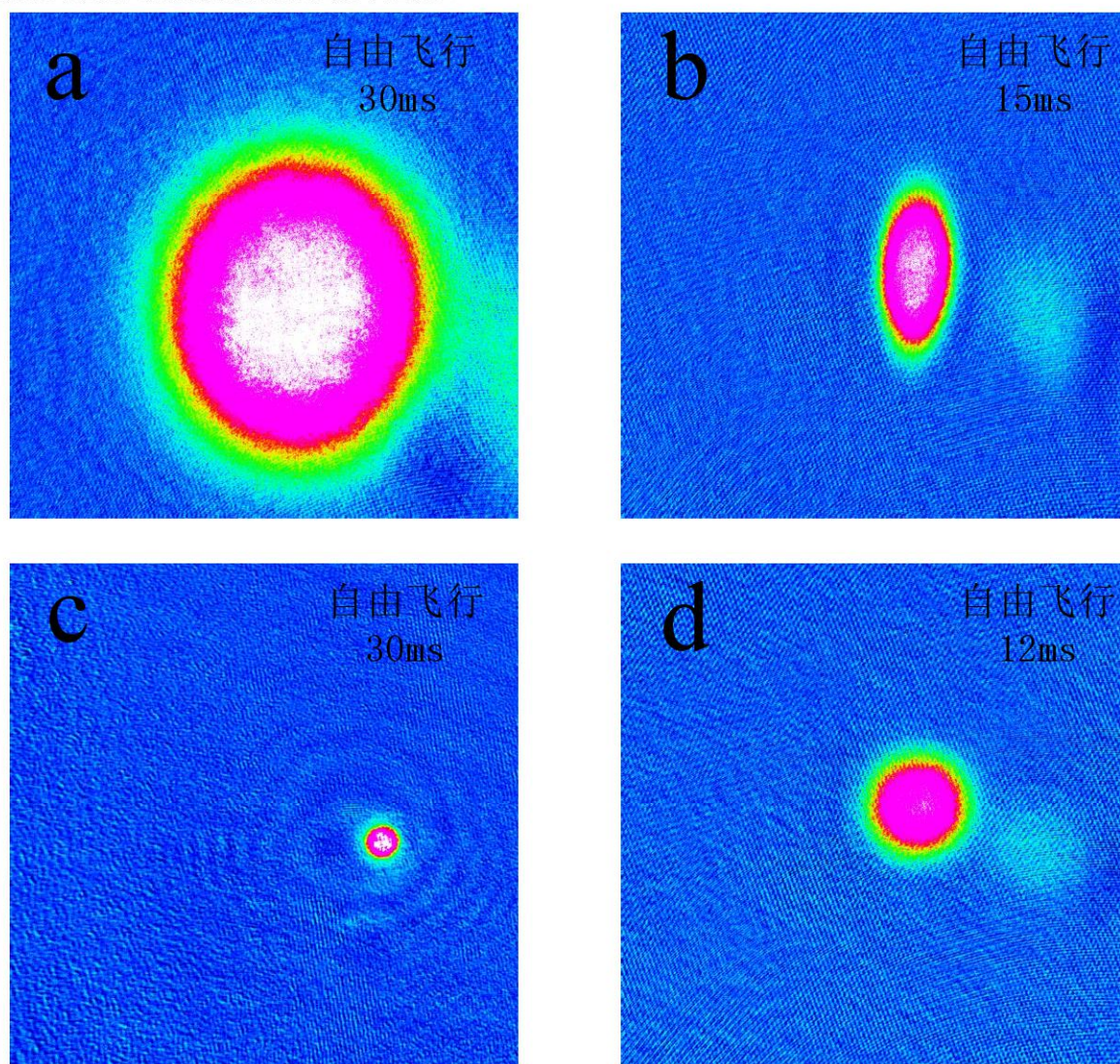


图 2.5 吸收成像结果 (a) (c) 为 ^{87}Rb 原子, (b) (d) 为 ^{40}K 原子; (a) (b) 为原子在 QUIC 阱蒸发完成后移回 Cell 中心, 在装光阱之前, 磁阱中原子团的吸收成像, 飞行时间分别为 30ms、15ms, 原子数分别为 3×10^7 、 9×10^6 ; (c) (d) 为光阱蒸发完成后获得简并气体的吸收成像, 飞行时间分别为 30ms、12ms, 原子数分别为 6×10^5 、 6×10^6 。

2.3 小结

本章简单介绍了超冷玻色费米气体的制备及冷原子信息的提取。过程主要包括四个阶段：1、一级 MOT 对原子的俘获与预冷却；2、二级 MOT 对原子压缩磁光阱、偏振梯度冷却、光抽运以及 QUIC 阱中的射频蒸发冷却。3、光学偶极阱的装载与光阱蒸发。4、吸收成像。

参考文献

- [1] D. Wei, D. Z. Xiong, H. X. Chen, P. J. Wang, L. Guo, and J. Zhang, Simultaneous magneto-optical trapping of fermionic ^{40}K and bosonic ^{87}Rb atoms. *Chin. Phys. Lett.* 24, 1541 (2008).
- [2] 卫栋, ^{87}Rb - ^{40}K 玻色费米混和气体磁光阱的实验研究. 博士论文, 山西大学, (2007).
- [3] 陈海霞, ^{87}Rb - ^{40}K 玻色费米混和气体量子简并的实现. 博士论文, 山西大学, (2009).
- [4] 熊德智, ^{87}Rb 和 ^{40}K 玻色费米量子简并混合气体在磁阱和光阱中的操控. 博士论文, 山西大学, (2010).
- [5] 卫栋, 陈海霞, 熊德智, 张靖, ^{40}K - ^{87}Rb 原子冷却的半导体激光器系统. *物理学报* 55 6342 (2006).
- [6] 王鹏军, 陈海霞, 熊德智, 于旭东, 高峰, 张靖, 实现玻色-费米混合气体量子简并的四极Ioffe组合磁阱设计. *物理学报* 57 4840 (2006).
- [7] D. Z. Xiong, H. X. Chen, P. J. Wang, X. D. Yu, F. Gao, and J. Zhang, Quantum Degenerate Fermi-Bose Mixtures of ^{40}K and ^{87}Rb Atoms in a Quadrupole-Ioffe Configuration Trap. *Chin. Phys. Lett.* 25, 843 (2008).
- [8] H. F. Hess, G. P. Kochanski, J. M. Doyle, N. Masuhara, D. Kleppner and T. J. Greytak. Magnetic trapping of spin-polarized atomic hydrogen. *Phys. Rev. Lett.*, 59, 672 (1987)
- [9] R. van Roijen, J. J. Berkhout, S. Jaakkola and J. T. M. Walraven, Experiments with atomic Hydrogen in a magnetic Trapping field. *Phys. Rev. Lett.* 61, 931 (1988).
- [10] N. Masuhara, J. M. Doyle, J. C. Sandberg, D. Kleppner, T. J. Greytak, H. F. Hess, and G. P. Kochanski. Evaporation cooling of spin-polarized atomic hydrogen. *Phys. Rev. Lett.* 61, 935 (1988).
- [11] P. J. Wang, D. Z. Xiong, Z. K. Fu, and J. Zhang, Experimental investigation of evaporative cooling mixture of bosonic ^{87}Rb and fermionic ^{40}K atoms with microwave and radio frequency radiation. *Chin. Phys. B* 20, 016701 (2011).
- [12] D. Z. Xiong, P. J. Wang, H. X. Chen, and J. Zhang, Evaporative cooling Rubidium atoms with Radiation. *Chin. Opt. Lett.* 8 351 (2010).
- [13] D. Z. Xiong, P. J. Wang, Z. K. Fu, S. J. Chai, and J. Zhang, Evaporative Cooling of ^{87}Rb Atoms into Bose-Einstein Condensate in an Optical Dipole Trap. *Chin. Opt. Lett.* 8 627 (2010).

[14] Z. K. Fu, P. J. Wang, S. J. Chai, L. H. Huang, and J. Zhang, Bose-Einstein condensate in a light-induced vector gauge potential using 1064-nm optical-dipole-trap lasers. *Phys. Rev. A* 84, 043609 (2011).

[15] B. DeMarco, H. Rohner, and D S Jin. An Enriched 40K Source for fermionic atom studies. *Rev. Sci.Instrum.* 70, 1967 (1999).

第三章 自旋轨道耦合相关性质的研究

3.1 概述

随着激光技术的发展,科学家实现了物质的第五态:玻色爱因斯坦凝聚(BEC)^[1-2]。超冷原子为我们提供了一个完美的平台来研究凝聚态物理^[3],量子光学以及量子信息过程^[4]。人们利用超冷原子进行了广泛深入的研究,在理论和实验上都有了长足的发展,发现了很多新的物理现象。最近,在玻色子^[5-9]和费米子^[10-14]中,利用两束相交的拉曼激光耦合两个不同的自旋态,均观察到了一维自旋轨道耦合。一维的自旋轨道耦合相当于是 Rashba 自旋轨道耦合 $\alpha(\sigma_x k_y - \sigma_y k_x)$ 和 Dresslhaus 自旋轨道耦合 $\alpha(\sigma_x k_y + \sigma_y k_x)$ 的等权相加^[15-16]。一维自旋轨道耦合的实现使人们对量子模拟产生了极大的兴趣。自旋轨道耦合对于许多奇异拓扑材料的形成起着关键性作用。最近,在 ^{40}K 的费米气体中利用耦合三个自旋态实现了二维的自旋轨道耦合^[17-18],同时在 BEC 中,利用拉曼光晶格也实现了二维的自旋轨道耦合^[19]。

所有的这些冷原子实验中,有两个性质直接影响我们实验的结果。一是冷原子的寿命,二是自旋轨道耦合的强度。利用拉曼光来产生自旋轨道耦合,由于自发辐射以及激光噪声的影响,会直接导致量子简并度的降低以及磁光阱中束缚原子数目。这样会极大的缩短冷原子寿命,限制我们实验系统体系可控性以及稳定性。自旋轨道耦合强度是实验上实现自旋轨道耦合的重要参数,它决定着能带的结构,以及实验的测量。

本章的第一部分我们将对冷原子加一束额外的不同相位噪声的激光来研究远失谐的单频激光对冷原子寿命的影响。第二部分我们将通过改变两束拉曼光的偏振来研究偏振对自旋轨道耦合强度的影响。

3.2 远失谐单频激光对 BEC 寿命的影响

3.2.1 实验准备

我们使用的单频激光为一个波长连续可调的单频钛宝石激光器(M squared lasers Ltd Sols Ti:sapphire)和一个外腔半导体激光器(Toptica diode laser DL100)。外腔半导体激光器使用 Littrow 模式,激光器的固有线宽为几百 kHz,有较大的相位噪声。为了降低外腔半导体激光器的相位噪声,我们利用一个光学锁相环路(PLL),将外腔半导体激光器锁定到钛宝石激光器。光学锁相环路能够锁定两束激光的相位,从而产

生两束相干的激光。光学锁相极大的促进了相干光学通讯，精细光谱学，激光的稳定以及外差零差探测的发展。特别的，光学锁相技术在原子物理以及量子光学有着重要的应用，比如电磁诱导透明（EIT）和拉曼耦合。光学锁相环路在我们之前文章已做过介绍^[20]。如图 3.1 所示，钛宝石激光器和外腔半导体激光器的激光利用偏振分光棱镜混合到一起，然后注入快速光电二极管，产生的拍频信号以及信号源产生的参考信号注入光学锁相环路。光学锁相环路产生一个反馈电信号注入到外腔半导体激光器。光学锁相环路有两个反馈回路：快速反馈回路和慢反馈回路，如图 2.1。慢反馈回路作用到压电传动装置改变外腔半导体激光器衍射光栅的倾角。慢反馈的调制带宽为几个 kHz，用来补偿频率的起伏和漂移。快速反馈回路调节注入激光二极管的电流，调制带宽为几个 MHz。如果只加载慢反馈，外腔半导体激光器的频率会跟随钛宝石激光器，然而两个激光器的拍频信号仍然很宽（MHz），如图 3.2（a）所示。这意味着外腔半导体激光器的相位噪声并没有减少。为了消除相位噪声，我们同时加载快速反馈回路，此时两束激光的拍频信号会变得很窄（Hz），如图 3.2（b）所示。这意味着外腔半导体激光器的相位噪声明显降低了，但是两翼仍然有较大的噪声。

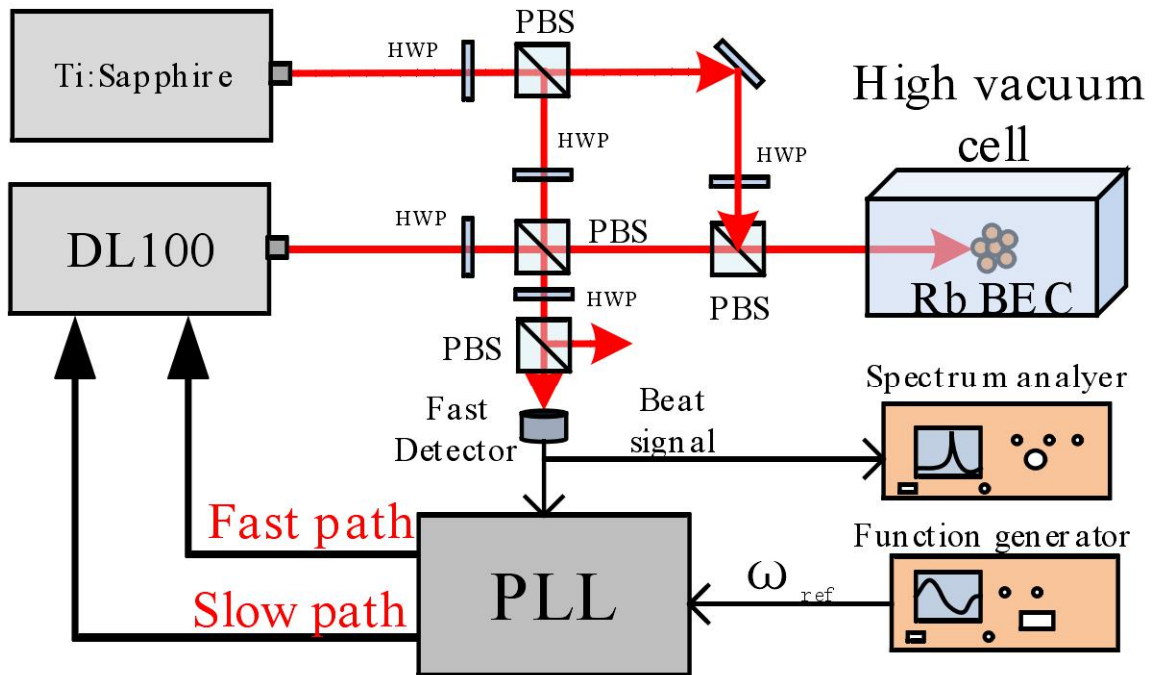


图 3.1 实验原理图 钛宝石激光器和外腔半导体激光器的激光通过分光棱镜耦合起来，混合后的光注入快速光电二极管，产生的拍频信号以及信号源输出的一个参考信号 ω_{ref} 一同输入光学锁相回路。我们使用半波片来调节偏振。

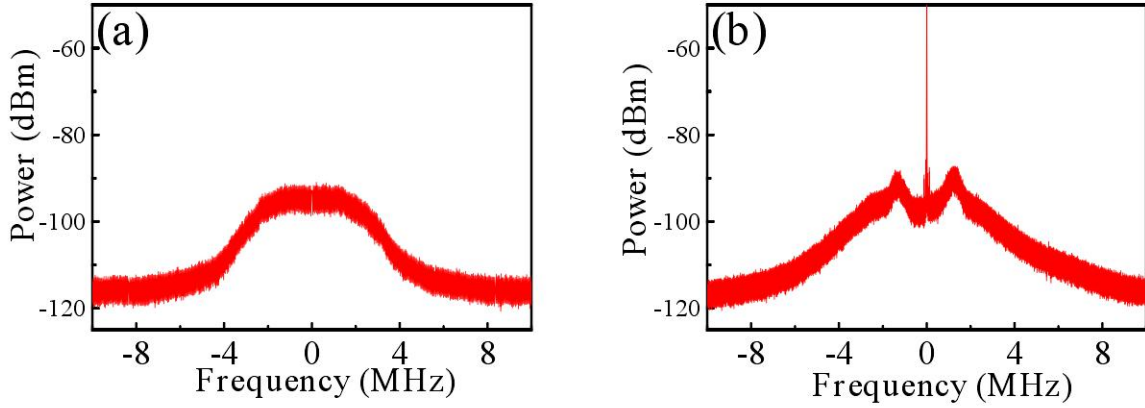


图 3.2 两束光拍频信号的频谱分析。扫描宽度为 20MHz，分辨率带宽为 150Hz。(a) 仅仅加载慢反馈回路时拍频信号的频谱；(b) 同时加载慢反馈与快速反馈回路时拍频信号频谱。

3.2.2 实验过程及结果

碱金属 ^{87}Rb BEC 的制备在第二章已经做过介绍。我们初始将原子制备在 $|F = 2, m_F = 2\rangle(|2, 2\rangle)$ ，同时我们也可以利用微波将 $|2, 2\rangle$ 绝热的制备到 $|F = 1, m_F = 1\rangle(|1, 1\rangle)$ 态。我们利用吸收成像获得原子云的光学密度，然后做高斯拟合。从而获得高斯半径 σ 。高斯半径能够反映温度的变化。我们使用原子数和动量分布高斯半径的时间演化来探究激光对玻色爱因斯坦凝聚 (BEC) 加热效应以及对原子寿命影响。

在光学偶极阱中原子数的变化可以用一微分方程来表示：

$$\dot{N} = -\alpha N - L_3 \langle n^2 \rangle N \quad (3.1)$$

其中， α 是背景气体碰撞以及激光加热效应的损耗系数， $L_3 \langle n^2 \rangle$ 是三体损耗率。 L_3 是三体损耗系数， $\langle n^2 \rangle$ 是密度的方均根。三体复合会导致反蒸发原子加热，而且这个效应主要发生在势阱中心原子密度最高的地方。由于在我们的实验中，三体损耗对于原子的整体损耗的可以忽略不计，这里我们仅仅考虑背景气体碰撞和激光加热效应的损耗率。在不加额外激光的情况下，在光学偶极阱中 $|2, 2\rangle$ 态的 ^{87}Rb BEC 的寿命为 3.2s，如图 3.3 (a) 红色曲线所示。

我们使用的钛宝石激光的波长为 785nm，腰斑半径为 200 μm 。我们将钛宝石激光照射到 ^{87}Rb 的 BEC 原子云上。我们测量原子寿命和原子云高斯半径的随着钛宝石激光照射时间的演化。观察图 3.3 (a) 蓝色曲线，我们可以发现原子出现了一定的加热效应，寿命也同时变短一些。然后我们利用外腔半导体激光器替换钛宝石激光器。

我们利用了外腔半导体激光器测量了三种情况：自由运行的外腔半导体激光器，仅加载慢反馈回路，同时加载快速反馈回路和慢反馈回路。由于自由运行的外腔半导体激光器较大的相位噪声，BEC 的寿命急剧的变小(190ms)，加热效应明显，如图 3.3(a) 黄色曲线。对外腔半导体激光器加载慢反馈回路时，BEC 的寿命几乎和自由运行时的是一样的。慢反馈回路仅仅是补偿了频率的起伏和漂移，然而并没有改变相位噪声。当同时对外腔半导体激光器加载慢反馈以及快速反馈回路时，BEC 的寿命有了一定的提高，加热效应也稍微降低了一些，虽然，仍然要比照射钛宝石激光器时差很多。此外，作为对比，我们同时也测量了 ^{87}Rb 在 $|1,1\rangle$ 态的时间演化曲线，如图 3.4 所示。从图中可以看出， $|1,1\rangle$ 态的寿命要比 $|2,2\rangle$ 态寿命长。

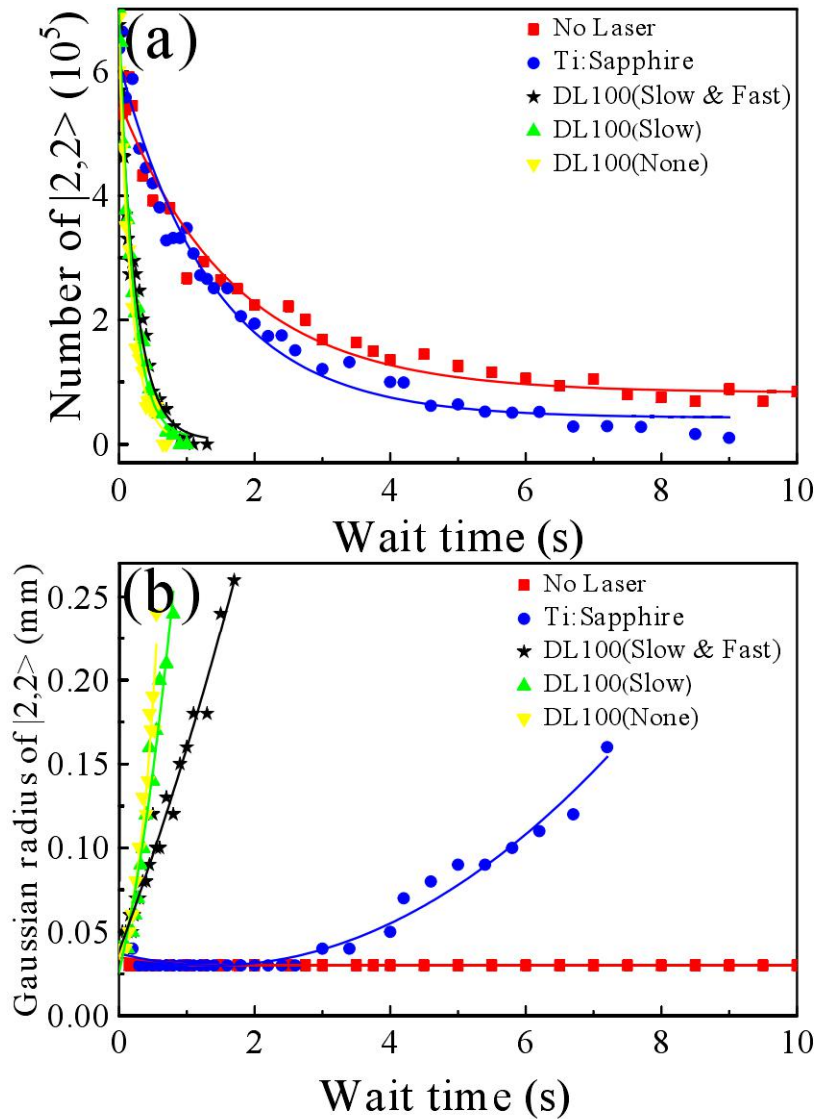


图 3.3 在光学偶极阱中原子云的原子数 (a) 和高斯半径 (b) 随着照射激光时间的变

化曲线。超冷玻色子原子制备在 $|2,2\rangle$ 态，使用的照射激光功率均为 15mW。红色曲线为不加额外激光，蓝色为照射钛宝石激光，黄色为照射自由运行的外腔半导体激光器，绿色为外腔半导体激光器只加载慢反馈回路，黑色为外腔半导体激光器同时加载慢反馈回路以及快速反馈回路。其中点为实验数据，实线为拟合曲线。我们使用的拟合函数为： $y = Ae^{\frac{x}{t_0}} + y_0$ ，其中 t_0 为平均寿命。

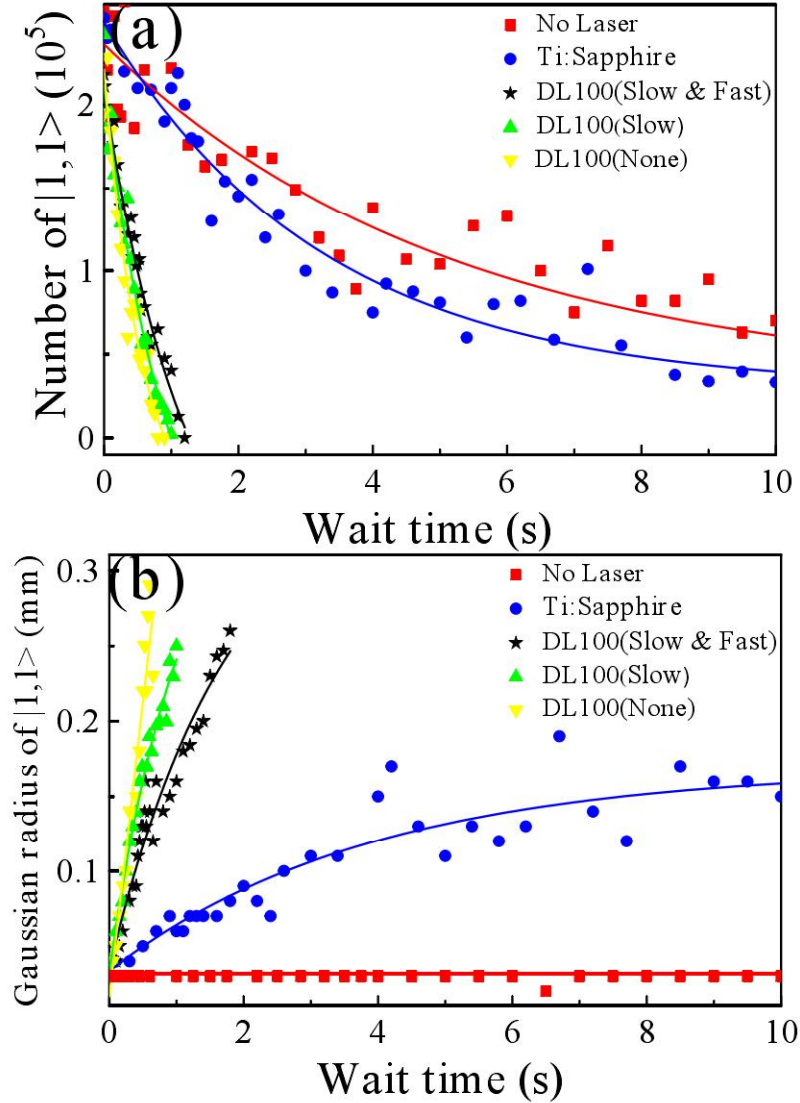


图 3.4 在光学偶极阱中原子云的原子数 (a) 和高斯半径 (b) 随着照射激光时间的变化曲线。超冷玻色子原子制备在 $|1,1\rangle$ 态，使用的照射激光功率均为 15mW。红色曲线为不加额外激光，蓝色为照射钛宝石激光，黄色为照射自由运行的外腔半导体激光器，绿色为外腔半导体激光器只加载慢反馈回路，黑色为外腔半导体激光器同时加载慢反馈回路以及快速反馈回路。

3.3 拉曼光偏振对于自旋轨道耦合强度的影响

3.3.1 实验准备

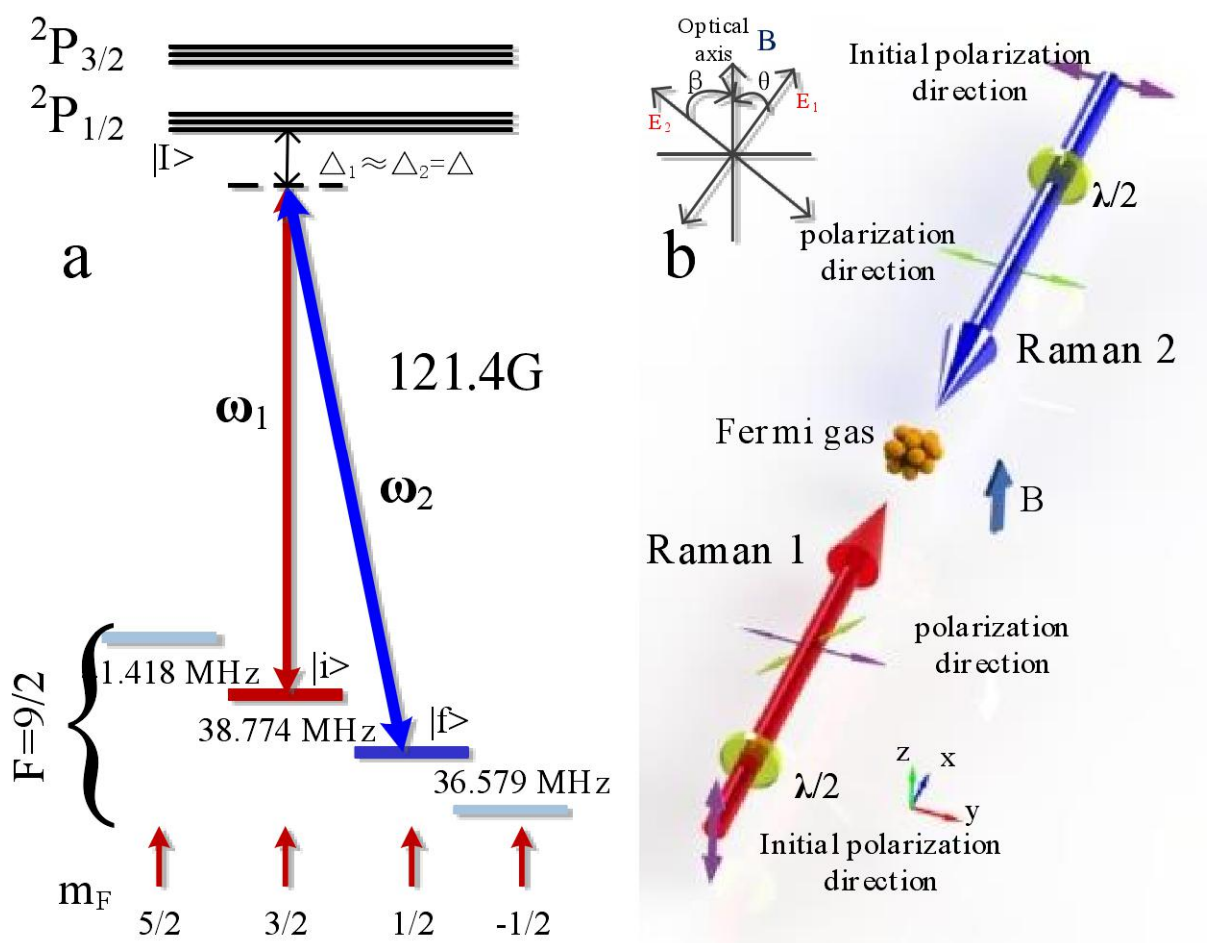


图 3.5 (a) 能级跃迁示意图。磁场设置在 121.4G ，自旋态 $|9/2,3/2\rangle$ 作为初始态， $|9/2,1/2\rangle$ 作为末态，能级跃迁频率为 38.774MHz ；(b) 光路设置示意图，两拉曼光的电矢量与光轴的夹角分别为 θ 和 β 。

我们实验在 40K 费米子中进行。简并费米子的制备在第二章已做过介绍。我们首先将原子在光阱中制备到自旋态 $|9/2,9/2\rangle$ ，之后在 19.6G 下，利用 150ms 的射频场绝热的将 $|9/2,9/2\rangle$ 态制备到 $|9/2,3/2\rangle$ 态，射频场的中心频率为 6.25MHz ，宽度为 0.34MHz 。我们选择自旋态 $|9/2,3/2\rangle$ 作为初始态， $|9/2,1/2\rangle$ 作为末态。我们将磁场设定在 121.4G ，此时两自旋态的拉曼跃迁频率为 38.774MHz ，如图 3.5 (a) 所示。两束拉曼光由一个波长连续可调的单频钛宝石激光器 (M squared lasers Ltd Sols Ti:sapphire) 来产生，波长设置在 772.4nm 。两束拉曼光通过两个单穿的声光调制器 (3200-124, Crystal Technology, Inc) 来调节频率，我们使用两个信号源 (N5183A,

Agilent) 来驱动声光调制器。我们通过调节信号源的驱动频率将两束拉曼光的频率差调到 38.774MHz。两束光相互对射作用到 40K 的原子云上, 方向沿着 x 方向, 并且垂直于 y-z 平面, 偏振方向在 y-z 平面内, 如图 3.5 (b) 所示。我们利用两个 $\lambda/2$ 的波片 (图 3.5 (b)), 以及一个 $\lambda/4$ 的玻片 (图 3.9 (b)) 来对两束拉曼光的偏振进行调节。

3.3.2 实验过程及结果分析

3.3.2.1 初态末态布居数反转

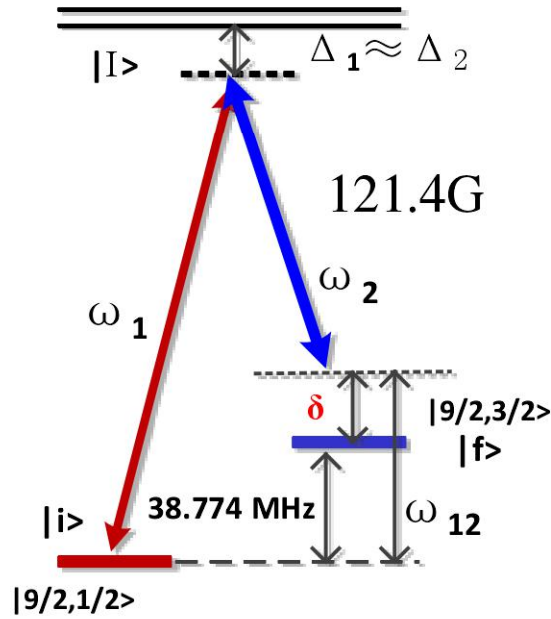


图 3.6 原子三能级系统非共振拉曼跃迁示意图

如图 3.6 所示, 是我们实验所选取的能级跃迁示意图, 为一个三能级系统。我们将磁场设定在 121.4G, 两束拉曼光分别将 $|9/2, 3/2\rangle$ ($|f\rangle$) 态和 $|9/2, 1/2\rangle$ ($|i\rangle$) 态耦合到 $|I\rangle$ 态附近的虚能态, 从而将 $|f\rangle$ 态和 $|i\rangle$ 态耦合了起来, 两能态的本征能量分别为 $\hbar\omega_1$ 和 $\hbar\omega_2$ 。两束拉曼光对于 $|f\rangle$ 态和 $|i\rangle$ 态的到激发态 $|I\rangle$ 的共振跃迁频率的失谐分别为: $\Delta_1 = \omega_{Ii} - \omega_1$, $\Delta_2 = \omega_{If} - \omega_2$, 那么 拉曼光之间的双光子过程失谐可以表示为: $\delta = \Delta_1 - \Delta_2 = \omega_{fi} - \omega_{12}$, 其中 ω_{fi} 是两束拉曼光之间的频率差, ω_{12} 是 $|f\rangle$ 态和 $|i\rangle$ 态的频率差。

由于在跃迁过程中, 拉曼光的频率远失谐于中间态, 我们可以将该三能级系统模型简化为一个等效的二能级系统^[21], 并且近似的认为 $\Delta_1 \approx \Delta_2 = \Delta$ 。原子的初态和末态的布居数反转可以用 $W(t)$ 表示为:

$$W(t) = |A_f(t)|^2 - |A_i(t)|^2 = \sin^2\left(\frac{\Omega}{2}t\right) - \cos^2\frac{\Omega}{2}t = -\cos(\Omega t) \quad (3.2)$$

其中含时的叠加系数 $A_m(t)$ ($m = i, f, I$) 表示原子处于能态 $|m\rangle$ 的几率幅，该式说明原子在初态和末态之间的布居数差在做频率为 Ω 的余弦振荡。拉曼跃迁拉比频率则可以表达为：

$$\Omega = -\frac{\Omega_2^* \Omega_1}{2\Delta} = -\frac{\langle f | \vec{\mu} \cdot \vec{E}_2^* | I \rangle \langle I | \vec{\mu} \cdot \vec{E}_1 | i \rangle}{2\hbar^2 \Delta} \quad (3.3)$$

其中， $\Omega_1 = \vec{\mu}_{Ii} \cdot \vec{E}_1 / \hbar$ ， $\Omega_2 = \vec{\mu}_{If} \cdot \vec{E}_2 / \hbar$ ($\vec{\mu}_{Ii}$ 、 $\vec{\mu}_{If}$ 为跃迁偶极矩， \vec{E}_1 、 \vec{E}_2 分别为两束拉曼光的电矢量) [22]，为两个跃迁通道的拉比频率。以上两式的推导过程可见参考文献[21]。

3.3.2.2 两束拉曼光均为线偏光

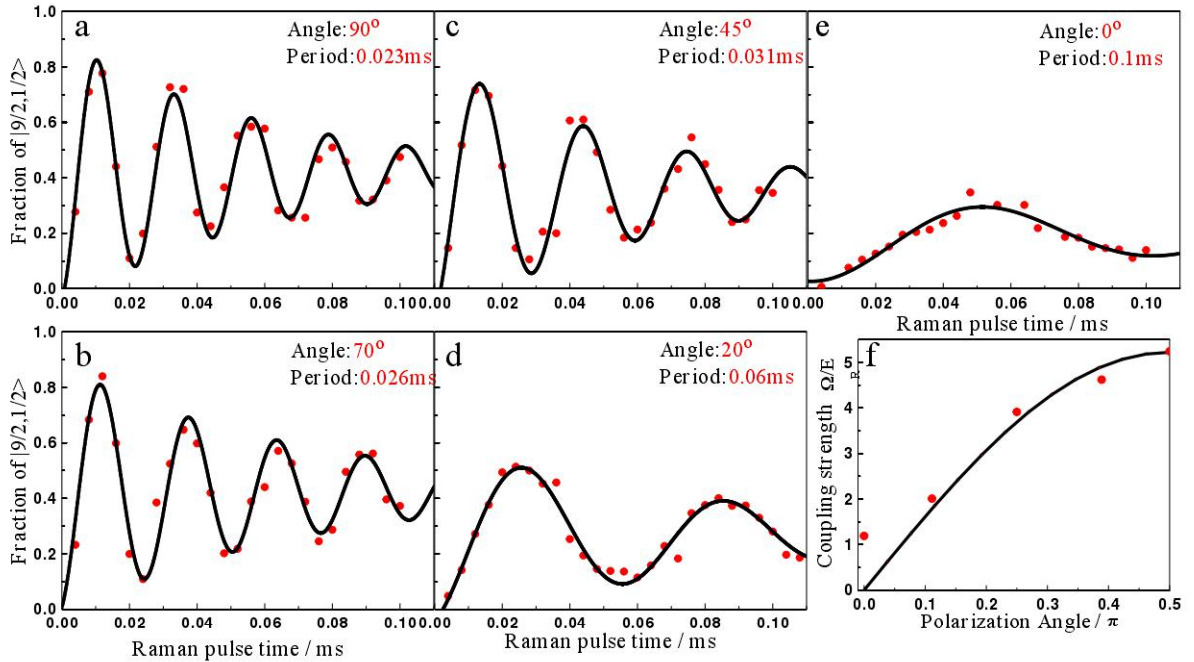


图 3.7 (a) (b) (c) (d) (e) 分别代表不同偏振夹角下 (90° 、 70° 、 45° 、 20° 、 0°) 的拉比振荡。(f) 偏振夹角与自旋轨道耦合强度的关系曲线。

第一种情况我们将两束拉曼光都设置为线偏光。我们可以分别改变两束拉曼光的偏振方向，如图 3.5 (a) 所示。首先我们保持拉曼光 2 偏振方向不变，单独改变拉曼光 1 的偏振方向。在拉曼光 1 改变的过程中，那么两束拉曼光偏振的夹角就在变化。如图 3.7 所示，我们可以发现，随着偏振夹角变大，拉比频率也在变大，也就是自旋轨道耦合的强度也在变大。另外，我们选择两束拉曼光夹角保持在 0° 和 90° ，同时改变两束拉曼光的方向。如图 3.7 所示，我们可以发现当改变两束光各自的偏振方向，但是不改变两束拉曼光的夹角时，拉比频率保持不变。

此时，我们可以将两束拉曼光的电矢量分别表达为：

$$\vec{E}_1 = A_1(\sin\theta\vec{e}_\perp + \cos\theta\vec{e}_\parallel) \quad (3.4a)$$

$$\vec{E}_2 = A_2(\sin\beta\vec{e}_\perp + \cos\beta\vec{e}_\parallel) \quad (3.4b)$$

其中， \vec{e}_\perp 、 \vec{e}_\parallel 分别为垂直于光轴和平行于光轴的单位向量， θ 和 β 分别为 \vec{E}_1 和 \vec{E}_2 与光轴的夹角，如图 3.5 (b) 所示。带入式子 3.3，则可得拉比频率的表达式为：

$$\Omega^I = A_1A_2r_{12}\sin(\theta + \beta) \quad (3.5)$$

如图 3.7 (f) 所示，通过将 5 个不同的角度测量的拉比频率做拟合，画出拉曼耦合强度随着角度的变化曲线，理论和实验结果吻合较好。

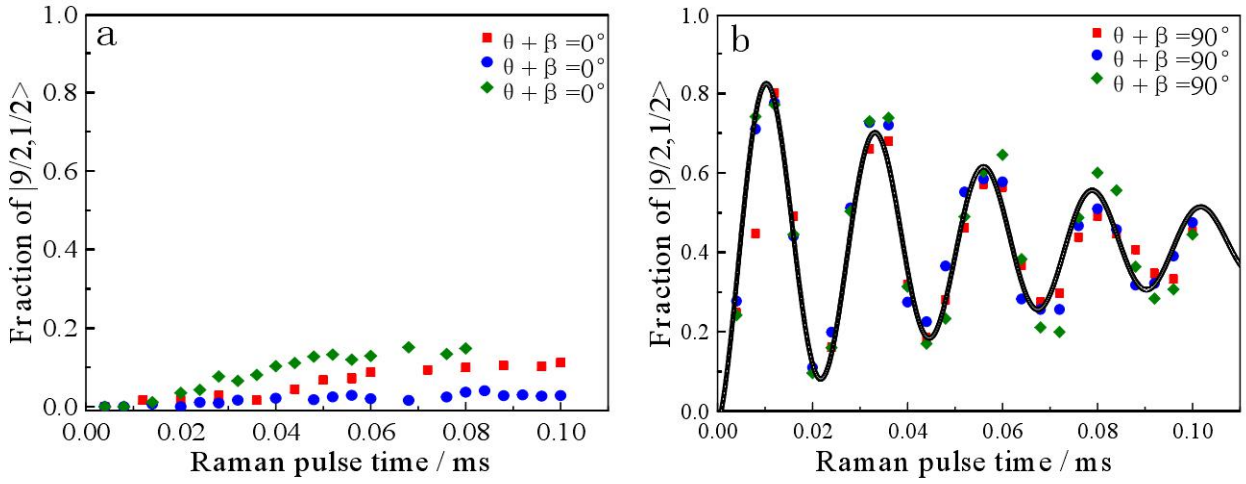


图 3.8 (a) 始终保持两束拉曼光的电矢量夹角为 0° 时，自旋轨道耦合强度最弱，且保持不变 (f) 始终保持两束拉曼光的电矢量夹角为 90° 时，自旋轨道耦合强度为最强，且保持不变。

3.3.2.3 改变其中一束拉曼光为圆偏光

如图 3.9 (a) 所示，我们在拉曼光 1 中插入一个 $\lambda/4$ 玻片，将它插到 $\lambda/2$ 后。在拉曼光通过 $\lambda/4$ 玻片前，将两束线偏拉曼光的偏振夹角调整为 90° 。然后我们改变电矢量与光轴的夹角 θ ，然后测量角度 θ 与拉曼耦合强度的关系。

两束拉曼光的电矢量的表达式可以写为：

$$\vec{E}_1 = A_1(\sin\theta\vec{e}_\perp + \cos\theta\vec{e}_\parallel) \quad (3.6a)$$

$$\vec{E}_2 = A_2(\cos\theta\vec{e}_\perp + \sin\theta\vec{e}_\parallel) \quad (3.6b)$$

拉曼耦合强度的表达式则可以写为：

$$\Omega^{II} = A_1A_2r_{12}(\cos^2\theta + i\sin^2\theta) \quad (3.7)$$

由于 Ω^H 是一个复数，我们关注的是其绝对值大小：

$$|\Omega^H| = A_1 A_2 r_{12} \sqrt{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta} \quad (3.8)$$

如图 3.9 (c) 所示，实验结果与理论吻合较好。而且，当 $\theta = \pi/4$ 时，自旋轨道耦合强度有最小值。

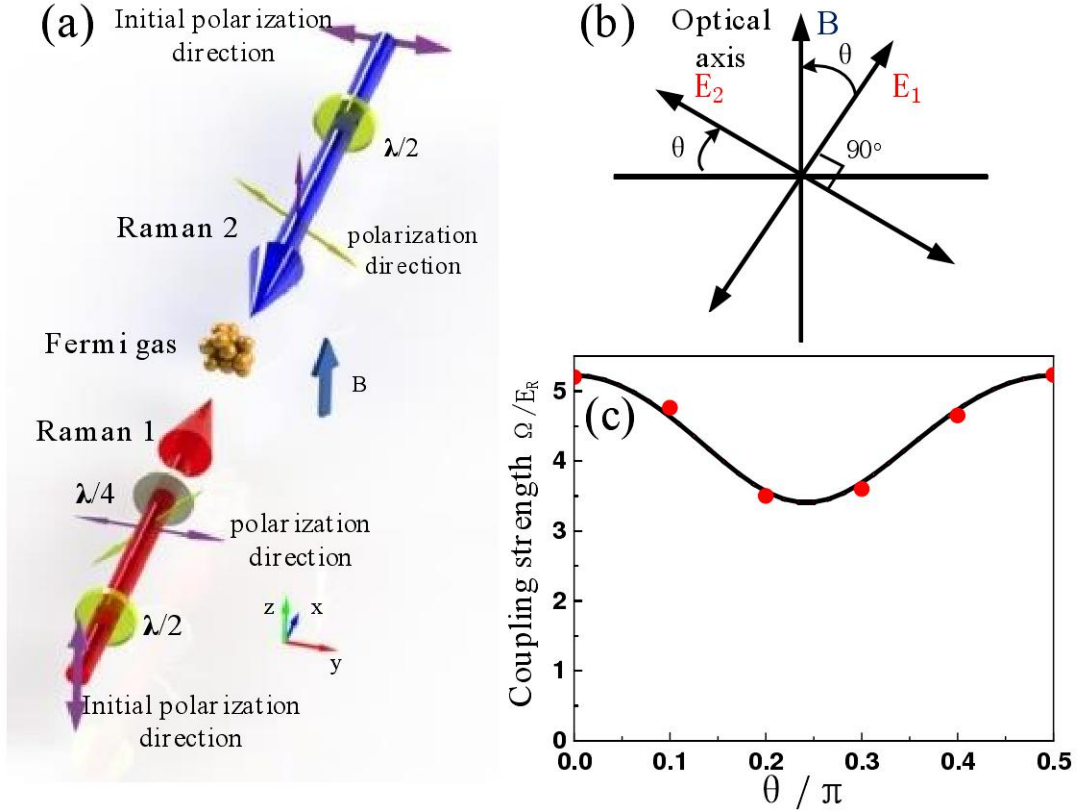


图 3.9 (a) 在拉曼光 1 的 $\lambda/2$ 玻片后插入一个 $\lambda/4$ 的玻片 (b) 拉曼光 1 的电矢量与光轴的夹角为 θ ，两束拉曼光偏振的夹角始终保持垂直。(c) 自旋轨道耦合强度随 θ 变化曲线。在 $\theta = \pi/4$ 时，耦合强度最小。

3.4 小结

本章我们研究了自旋轨道耦合实验中两个重要性质：原子的寿命以及自旋轨道耦合的强度。第一部分：我们利用不同相位噪声的激光束照射光阱中 ^{87}Rb BEC，来测量在不同光束下冷原子的寿命和温度的变化。单频的钛宝石激光器由于较小的带宽以及较低的相位噪声，对冷原子的寿命影响较小，加热效应不明显。但是自由运行的外腔半导体激光器对冷原子寿命影响较大，这主要是由于外腔半导体激光器较大的线宽以及相位噪声。然后，我们利用光学锁相环路将外腔半导体激光器锁定到钛宝

石激光器。在光学锁相环路的作用下，冷原子的寿命有了一定的提高，加热效应也得到一定的改善。第二部分：我们通过改变拉曼光的偏振方向来探究偏振对于自旋轨道耦合强度的影响。当两入射光均为线偏光时，改变两束拉曼光偏振的夹角时，自旋轨道耦合的强度随着夹角变大而变大。夹角为 0° 时耦合强度最弱，夹角为 90° 时，耦合强度最强。当在拉曼光 1 的光路中，插入一个 $\lambda/4$ 的玻片，此时当一路拉曼光偏振方向与光轴的夹角为 45° 时，耦合光强有最小值，当夹角为 0° 和 90° 时，耦合强度最大。本章的结论将对我们以后冷原子中自旋轨道耦合实验提供一个很好的参考。

参考文献

- [1] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman and E. A. Cornell, Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor. *Science* 269, 198 (1995).
- [2] K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn and W. Ketterle, Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms. *Phys. Rev. Lett.* 75 3969 (1995).
- [3] M. Greiner, O. Mandel, T. Esslinger, T. W. Hansch, and I. Bloch, Quantum Phase Transition From a Superfluid to a Mott Insulator in a Gas of Ultracold Atoms. *Nature* 415, 39 (2002).
- [4] Bloch I, Quantum coherence and entanglement with ultracold atoms in optical lattices. *Nature* 453, 1016 (2008).
- [5] Y. J. Lin, K. Jimenez-Garcia, I. B. Spielman, Spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensates. *Nature (London)* 471,83 (2011).
- [6] Z. K. Fu, P. J. Wang, S. J. Chai, L. H. Huang and J. Zhang, Bose-Einstein condensate in a light-induced vector gauge potential using 1064-nm optical-dipole-trap lasers. *Phys Rev A* 84 043609 (2011).
- [7] Zhang, J. Y. et al. Collective dipole oscillations of a spin-orbit coupled Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.* 109, 115301 (2012).
- [8] Qu, C., Hamner, C., Gong, M., Zhang, C. & Engels, P. Observation of Zitterbewegung in a spin-orbit coupled Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. A* 88, 021604(R) (2013).
- [9] Olson, A. J., Wang, S. J., Nienegger, R. J., Li, C. H., Greene, C. H. & Chen, Y. P. Tunable Landau-Zener transitions in a spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. A* 90, 013616 (2014).
- [10] P. J. Wang, Z. Q. Yu, Z. K. Fu, J. Miao, L. H. Huang, S. J. Chai, H. Zhai, and J. Zhang. Spin-Orbit Coupled Degenerate Fermi Gases. *Phys. Rev. Lett.* 109, 095301 (2012).
- [11] Cheuk L W, Sommer A T, Hadzibabic Z, Yefsah T, Bakr W S, Zwierlein M W. Spin-Injection Spectroscopy of a Spin-Orbit Coupled Fermi Gas. *Phys. Rev. Lett.* 109, 095302 (2012).
- [12] Williams R A, Beeler M C, LeBlanc L J and Spielman I B, Raman-Induced Interactions

- in a Single-Component Fermi Gas Near an s-Wave Feshbach Resonance. *Phys. Rev. Lett.* 111, 095301 (2013).
- [13] Burdick N Q, Tang Y J and Lev B L, Long-Lived Spin-Orbit-Coupled Degenerate Dipolar Fermi Gas. *Phys. Rev. X* 6, 031022 (2016).
- [14] Song B, He C, Zhang S, Hajiyev E, Huang W, Liu X J and Jo G B, Spin-orbit-coupled two-electron Fermi gases of ytterbium atoms. *Phys. Rev. A* 94, 061604(R) (2016).
- [15] Dresselhaus G., Spin-orbit coupling effects in zinc blende structures. *Phys. Rev.* 100, 580 (1955).
- [16] Bychkov, Y. A. & Rashba, E. I. Oscillatory effects and the magnetic susceptibility of carriers in inversion layers. *J. Phys. C* 17, 6039 (1984).
- [17] Huang L H, Meng Z M, Wang P J, Peng P, Zhang S L, Chen L C, Li D H, Zhou Q and Zhang J, Experimental realization of two-dimensional synthetic spin-orbit coupling in ultracold Fermi gases. *Nat. Phys.* 12, 540 (2016).
- [18] Meng, Z., Huang, L., Peng, P., Li, D., Chen, L., Xu, Y., Zhang, C., Wang, P. & Zhang, J. Experimental observation of topological band gap opening in ultracold Fermi gases with two-dimensional spin-orbit coupling. *Phys. Rev. Lett.* 117, 235304 (2016).
- [19] Wu, Z., Zhang, L., Sun, W., Xu, X.-T., Wang, B.-Z., Ji, S.-C., Deng, Y., Chen, S., Liu, X.-J., Pan, J.-W., Realization of Two-Dimensional Spin-orbit Coupling for Bose-Einstein Condensates. *Science* 354, 83 (2016).
- [20] Meng Z M, Huang L H, Peng P, Chen L C, F H, Wang P J, Zhang J, Raman coupling in atomic Bose-Einstein condensed with phase-locked laser system. *Acta Physica Sinica* 64, 243202 (2015).
- [21] 黄良辉, 王鹏军, 付正坤, 张靖, 自旋轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体中的拉曼耦合强度。 *光学学报* 34, 0727002 (2014).
- [22] M. O. Scully and M. S. Zubairy, *Quantum Optics*. Cambridge University Press 148-154 (1997).

第四章 在超冷费米气体中观察自旋交换

4.1 概述

超冷原子气体为我们提供了一个很好的平台来模拟高能物理和凝聚态物理^[1]的很多有趣的物理现象。在冷原子系统中，可以很好的与外界环境隔离开，实验参数可以很精细的被调控，这些参数包括原子数目，原子体系的温度，磁阱的形状，原子之间的相互作用强度，以及系统的维度^[2-4]。特别的，冷原子以及超冷原子的碰撞在化学物理和凝聚态物理的量子模拟中发挥着重要的作用。这些碰撞的本质属性对于分子和原子特性的精细测量，物质波的相干性，量子统计凝聚体以及非弹性过程和反应过程^[5]的光学操控起着决定性的作用。

在实现 BEC 的基础之上，很多小组在 BEC 中探究了原子的自旋碰撞，比如：不同自旋态间的自旋交换，自旋交换的能量转移。这些实验为我们提供了一个产生自旋压缩以及纠缠态精细测量的途径^[6-11]。最近，在热的 ^{23}Na 的玻色气体中，观察到了相干自旋群体振荡现象^[12]。操控自旋交换相互作用可以用来模拟光晶格中的经典和量子磁性^[13-15]。

相比之下，费米子由于泡利阻塞作用，将显现出不同的特性。对于费米气体自旋交换的研究要远远少于玻色气体。实验上，在 ^{40}K 费米气体的光晶格中，首次利用原子的自旋交换相互作用观察到了相干自旋动力学^[16]。稍后，在谐振势阱中，科学家观察到了费米海的巨大自旋振荡^[17]。最近，自旋弛豫现象的机理在实验上也得到了验证^[18]。此外，包含两个以上自旋组份的高自旋费米系统组成了一组新的多体系统^[19]。在我们的实验中，我们利用调节外部磁场和光学偶极阱的阱深，在超冷费米气体中实现了自旋交换。同时我们还在谐振的光学偶极阱中研究了自旋弛豫。最后，我们通过改变更多的实验参数（势阱的深度，不同的初始自旋混合态）来对自旋弛豫做了更细致的研究。

4.2 四能级系统自旋交换模型

我们考虑一个简单的四能级系统的模型，如图 4.1 (a) 所示。我们选择 $|1/2\oplus-1/2\rangle$ ($|F=9/2, m_F=1/2\rangle$ 和 $|F=9/2, m_F=-1/2\rangle$) 作为初始态， $|3/2\oplus-3/2\rangle$ ($|F=9/2, m_F=3/2\rangle$ 和 $|F=9/2, m_F=-3/2\rangle$) 作为末态。随着磁场的增加， $|1/2\oplus-1/2\rangle$ 的能量会逐渐变得低于 $|3/2\oplus-3/2\rangle$ 的能量，如图 4.1 (b) 所示。为了理解集体的自旋变化动力学，我们首先考虑潜在的微观碰撞，该碰撞可以利用 s 波散射

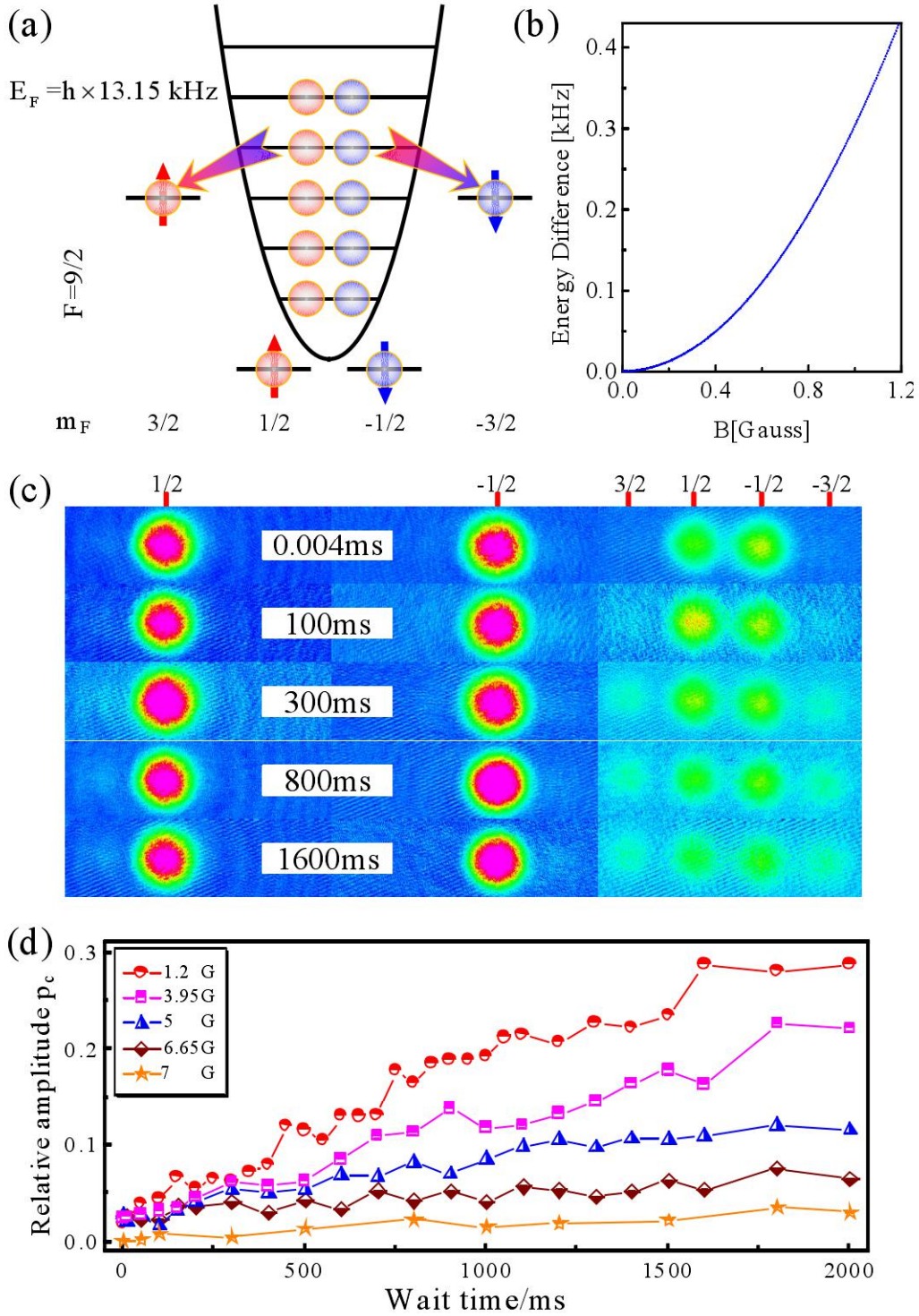


图 4.1 (a) $|1/2 \oplus -1/2\rangle$ 与 $|3/2 \oplus -3/2\rangle$ 的自旋混合过程。(b) $|1/2 \oplus -1/2\rangle$ 与 $|3/2 \oplus -3/2\rangle$ 的能量差随着外部磁场的变化曲线；(c) 左中右三组图分别为在不同演化时间下单独制备到 $|F=9/2, m_F=1/2\rangle$ 、 $|F=9/2, m_F=-1/2\rangle$ 的单态以及制备到 $|1/2 \oplus -1/2\rangle$ 混合态时的吸收成像图，外部磁场为 1.2G；(d) 初始制备到 $|1/2 \oplus -1/2\rangle$ 混合态，在不同磁场下 $|3/2 \oplus -3/2\rangle$ 混合态原子数比例随着时间的演化曲线。

来描述。两个费米子原子相互碰撞，然后会改变他们的自旋组成($m_{F_1}, m_{F_1} \rightarrow m_{F_3}, m_{F_4}$)，但是总的磁量子数不会变($m_{F_1} + m_{F_1} = m_{F_3} + m_{F_4}$)，仍然满足泡利不相容原理($m_{F_1} \neq m_{F_1}$ 和 $m_{F_3} \neq m_{F_4}$)^[17]。不同塞曼能级分裂以及不同自旋态之间的相互作用能量决定着自旋交换是否会发生^[3]。此外，由于泡利阻塞效应，费米子在势阱中存在费米能量，自旋交换($|1/2 \oplus -1/2\rangle \rightarrow |3/2 \oplus -3/2\rangle$) 将可以发生更高的磁场下，尽管 $|3/2 \oplus -3/2\rangle$ 的能量高于 $|1/2 \oplus -1/2\rangle$ ，如图 4.1(a)所示。对于在 $F=9/2$ 的 ^{40}K 原子，初始制备到 $|1/2 \oplus -1/2\rangle$ 也可以自旋交换到其他的自旋态 $|5/2 \oplus -5/2\rangle$ ， $|7/2 \oplus -7/2\rangle$ 和 $|9/2 \oplus -9/2\rangle$ 。

4.3 实验过程及结果分析

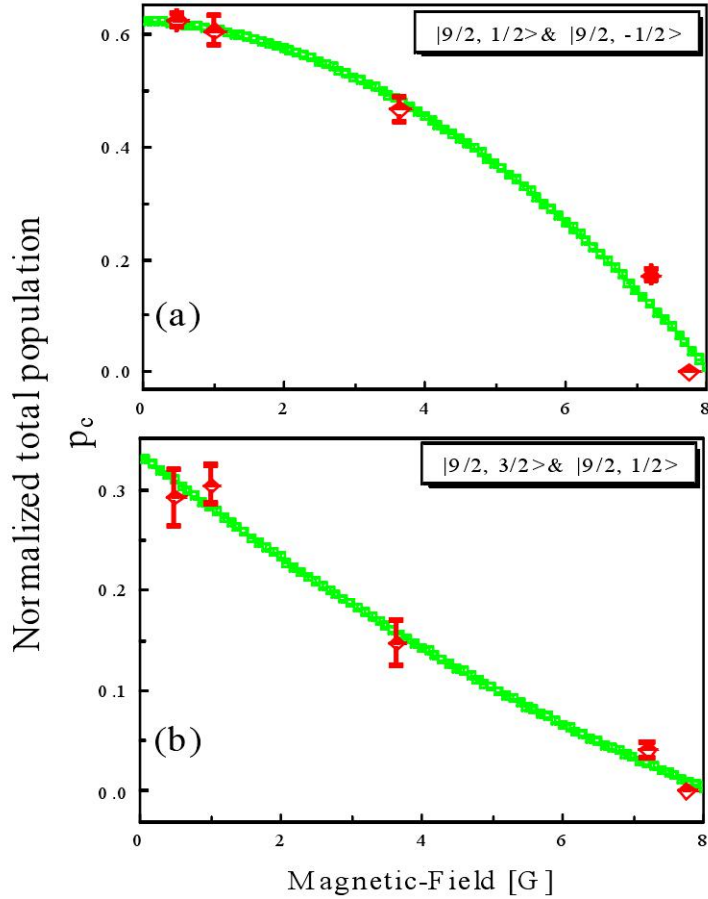


图 4.2 自旋交换过程与外部磁场的关系曲线图 (a) 初始态制备到 $|1/2 \oplus -1/2\rangle$ ，其所占原子总数的比例随着外部磁场变化曲线；(b) 初始态制备到 $|3/2 \oplus 1/2\rangle$ ，其所占原子总数的比例随着外部磁场变化的曲线。(a) (b) 演化时间均为 2000ms。图中的误差线代表测量三次的标准误差，绿色的曲线为拟合曲线。

我们实验使用 $F=9/2$ 的 ^{40}K 费米子来进行。超冷原子制备过程及装置在第二章做过介绍。为了制备不同自旋态的混合，我们首先在光学偶极阱中制备原子到 $|F = 9/2, m_F = 9/2\rangle$ 态^[20-22]。然后，在 $B \approx 19.6\text{G}$ 的磁场下利用 80ms 的射频场将原子绝热的转移到 $|F = 9/2, m_F = 1/2\rangle$ 态，其中射频场的中心频率为 6.42MHz ，扫描宽度为 0.28MHz 。我们再利用射频场将原子制备到 $|1/2\oplus-1/2\rangle$ 的混合态。紧接着我们快速的 (1ms) 将磁场扫到我们的预期值 B_{exp} 来观察随着时间演化的自旋交换碰撞。由于上文中提到的两种物理限制，初始的混合态 $|1/2\oplus-1/2\rangle$ 只可以被耦合到 $|3/2\oplus-3/2\rangle$ ， $|5/2\oplus-5/2\rangle$ ， $|7/2\oplus-7/2\rangle$ 和 $|9/2\oplus-9/2\rangle$ 。在磁场 B_{exp} 足够小时，我们甚至观察到了 $|7/2\oplus-7/2\rangle$ 和 $|9/2\oplus-9/2\rangle$ 的自旋交换。最后，我们很快关断光阱和磁场，让原子自由飞行 12ms ，在原子自由飞行时，加一个 10ms 的梯度磁场，由于 Stern-Gerlach 效应，这个磁场将会使不同的自旋态的原子在空间上分开。这样我们就可以通过吸收成像来测量每个自旋态的原子数，如图 4.1 (c) 所示。

我们为了确保自旋弛豫现象不是由于磁场的起伏而引起的，我们将原子制备到单一自旋态，然后检查原子是否会由于磁场的噪声而产生其他自旋态。如图 4.1 (c) 所示，我们将单一态保持一段较长的时间来观察自旋态的变化。从图中我们可以看出，制备到单一自旋态 $|F = 9/2, m_F = 1/2\rangle$ (或者 $|F = 9/2, m_F = -1/2\rangle$) 时，等待较长的时间，不会有其他自旋态原子产生。这样可以说明我们的实验系统的磁场噪声很明显要低于 0.1G 。换句话说，磁场噪声只有在把磁场设置到很低时，才会有明显的效应。这样我们就确保了在我们的实验系统中，当我们的磁场高于 0.1G 时，磁场的噪声不会导致自旋弛豫效应。

首先，我们制备自旋混合态在 $|1/2\oplus-1/2\rangle$ ，我们得到了在不同磁场下自旋交换的演化过程。我们已经知道 $|1/2\oplus-1/2\rangle$ 和 $|3/2\oplus-3/2\rangle$ 能量的差别与外部磁场有关。我们发现磁场越高，自旋交换率越低，如图 4.1 (d) 和 4.2 (a) 所示。随着 B_{exp} 的增加，在较高的磁场下， $|9/2\oplus-9/2\rangle$ ， $|7/2\oplus-7/2\rangle$ ， $|5/2\oplus-5/2\rangle$ 和 $|3/2\oplus-3/2\rangle$ 态的自旋交换过程会消失，如图 4.2 (a) 所示。为了更好的用量化指标来描述演化过程，我们定义归一化占比： $p_c = N/N_t = 1 - N_0/N_t = 1 - (N_{1/2} + N_{-1/2})/N_t$ ，其中 $N_{1/2}$ 和 $N_{-1/2}$ 分别代表旋态 $|F = 9/2, m_F = 1/2\rangle$ 和 $|F = 9/2, m_F = -1/2\rangle$ 的原子数目， N_t 代表所有自旋态的原子数总和。我们同时也定义了单独两个自旋态的占比： $p_i = (N_{1/2+i} + N_{-1/2-i})/N_t$ ，其中 $i=1, 2, \dots$ ，则有 $p_c = \sum p_i$ 。随着外部磁场的增加，由于自旋交换产生的另外八个自旋态的原子数在减少，如图 4.1 (d) 所示。从图中可以看出，磁场

在 7G 时, 有很弱的自旋交换过程。换句话说, 在高磁场下, 自旋交换碰撞被抑制了。在磁场较低时, 自旋态之间的能量差别较小, 则会有较强的共振自旋振荡^[17]。

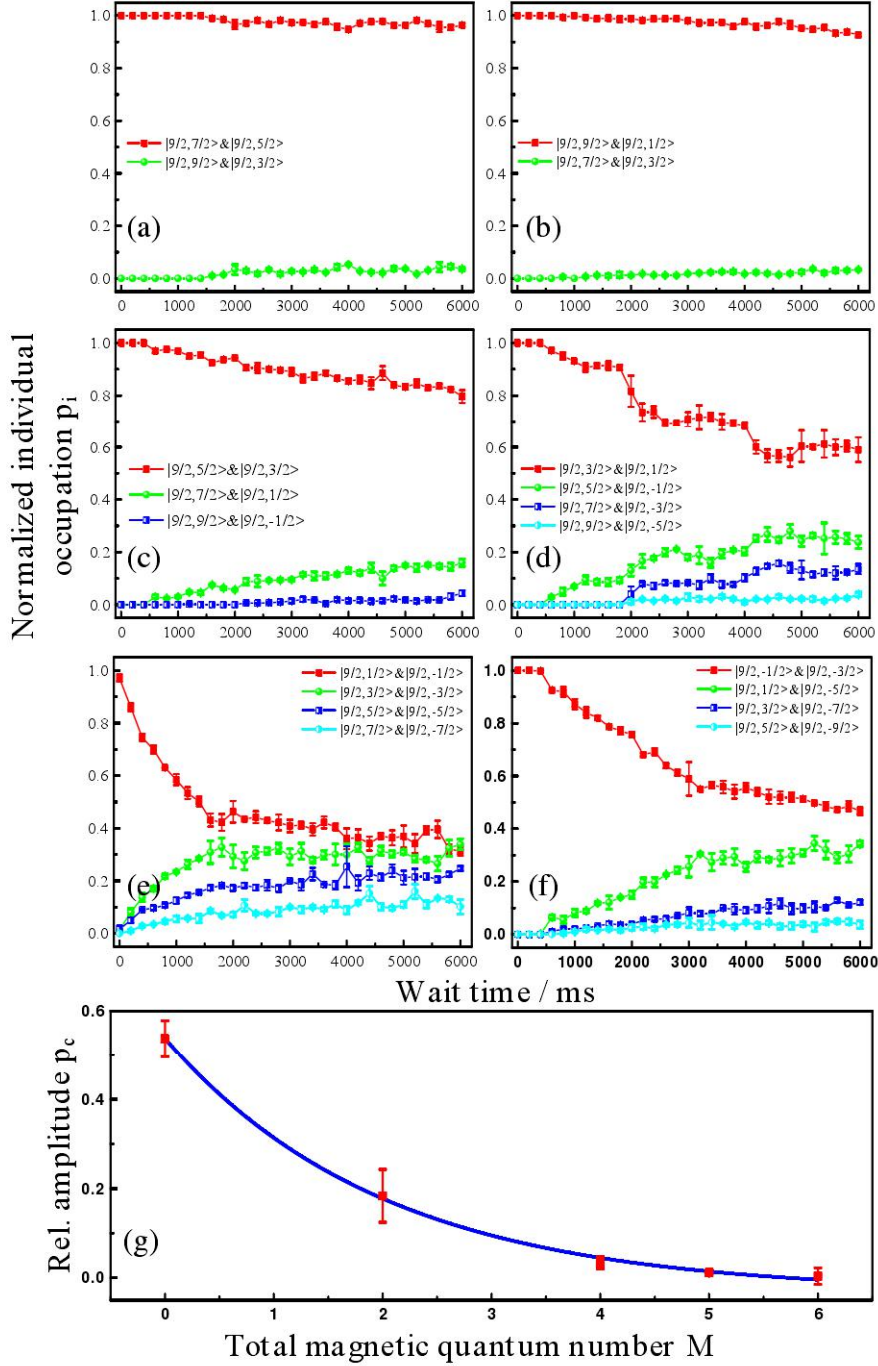


图 4.3 (a) - (f) 分别代表初始制备到不同初始态 ($|7/2 \oplus 5/2\rangle$ 、 $|9/2 \oplus 1/2\rangle$ 、 $|5/2 \oplus 3/2\rangle$ 、 $|3/2 \oplus 1/2\rangle$ 、 $|1/2 \oplus -1/2\rangle$ 、 $|-1/2 \oplus -3/2\rangle$) 时, 各种原子组份归一化比例随着时间变化曲线; (g) 代表自旋组份归一化比例随着总磁量子数 $M(m_{F_1} + m_{F_2})$ 的变化曲线。实验磁场为 $B_{exp} = 0.5G$, $T = 0.3T_F$, 演化时间均为 2000ms。

此外,为了研究初始制备在其他自旋态的的自旋交换碰撞作用,我们将原子制备到 $|3/2\oplus 1/2\rangle$ 。 $|3/2\oplus 1/2\rangle$ 的总的磁量子数 M 要大于 $|1/2\oplus -1/2\rangle$ 。对于 $|3/2\oplus 1/2\rangle$ 自旋交换产生自旋态可能会是 $|5/2\oplus -1/2\rangle$, $|7/2\oplus -3/2\rangle$, 和 $|9/2\oplus -5/2\rangle$ 。我们发现初始态制备到 $|3/2\oplus 1/2\rangle$ 时,情况和初始态在 $|1/2\oplus -1/2\rangle$ 时类似,如图 4.2 (b)所示。然而,初始态在 $|3/2\oplus 1/2\rangle$ 的归一化占比 p_c 要大于初始态在 $|1/2\oplus -1/2\rangle$ 时的归一化占比 p_c 。

图 4.3 展示了初始制备到不同自旋态 ($|7/2\oplus 5/2\rangle$, $|9/2\oplus 1/2\rangle$, $|5/2\oplus 3/2\rangle$, $|3/2\oplus 1/2\rangle$, $|1/2\oplus -1/2\rangle$ 以及 $|-1/2\oplus -3/2\rangle$)时,在特定磁场下的自旋交换。图 4.3 (a) - (f) 展示了初始制备在不同自旋混合态时,归一化的独立占比 p_i 随着时间的演化。图 4.3 (g) 展示了自旋交换的归一化占比和自旋混合态的总的磁量子数 $M(m_{F_1} + m_{F_2})$ 的关系。这个结果表明自旋交换的比率与总的磁量子数 M 成反比。

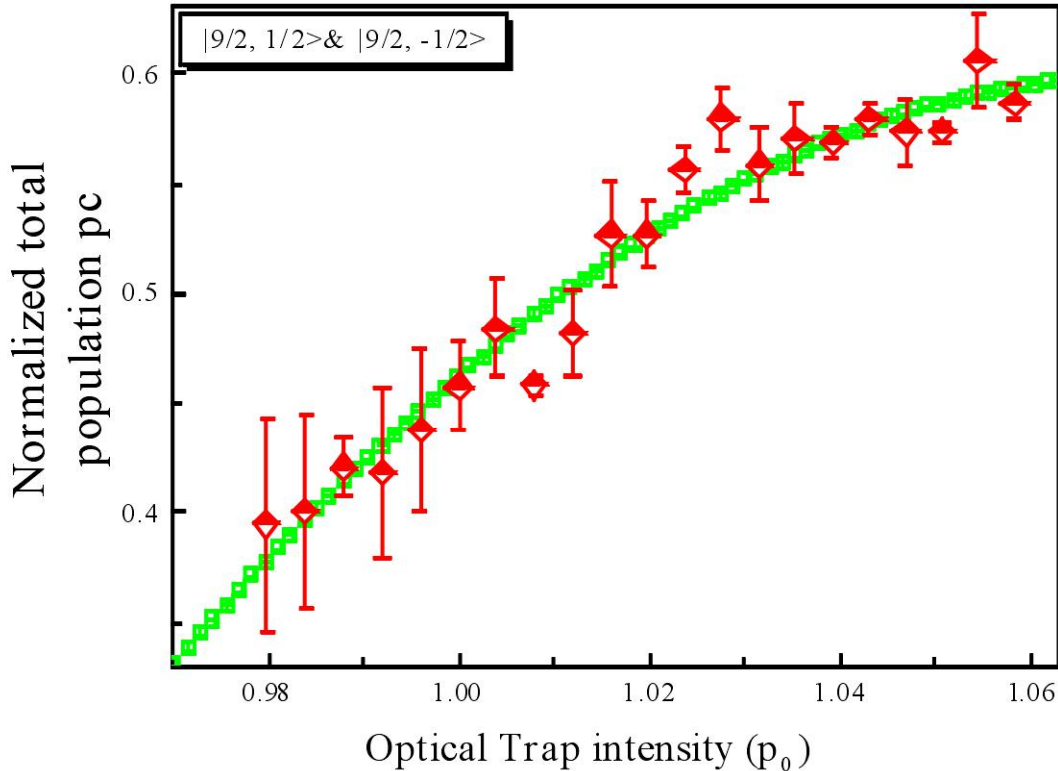


图 4.4 自旋交换与势阱强度的关系曲线。实验磁场为 $B_{exp} = 0.5G$, $T=0.3T_F$, 演化时间均为 2000ms。

此外,我们还探究了光学偶极阱的阱深对自旋交换的影响。当光学偶极阱的阱深

增加时，费米气体的费米能也会随之增加，因此自旋交换的碰撞作用也会增加。我们将原子初始制备在 $|1/2 \oplus -1/2\rangle$ 的混合态，外部磁场设定为 0.5G。光学偶极阱的强度和原子在其他八个自旋态的占比关系，如图 4.4 所示。我们发现自旋交换的幅度依赖于势阱的强度。但是注意到，由于外部磁场较高，我们仅仅观察到了自旋交换阻尼而不是自旋振荡^[17]。

4.4 小结

我们在超冷费米气体中，探究了在不同初始混合自旋态和外部磁场下的自旋交换过程。另外我们还研究了光学偶极阱的阱深对自旋交换碰撞的影响。我们的工作将拓展对多体自旋交换动力学的理解，还将为以后更进一步的研究提供基础，比如研究费米气体的自旋压缩^[6-11]。

参考文献

- [1] Bloch I, Dalibard J and Zwerger W, Many-body physics with ultracold gases. *Rev. Mod. Phys.* 80, 885 (2008).
- [2] Chin C, Grimm R, Julienne P and Tiesinga E, Feshbach resonances in ultracold gases. *Rev. Mod. Phys.* 82, 1225 (2010)
- [3] Stamper-Kurn D M and Ueda M, Spinor Bose gases: Symmetries, magnetism, and quantum dynamics. *Rev. Mod. Phys.* 85, 1191 (2013).
- [4] Black A T, Gomez E, Turner L D, Jung S and Lett P D, Spinor Dynamics in an Antiferromagnetic Spin-1 Condensate. *Phys. Rev. Lett.* 99, 070403 (2007).
- [5] Weiner J, Bagnato V S, Zilio S and Julienne P S, Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases. *Rev. Mod. Phys.* 71, 463 (1999).
- [6] Estève J, Gross C, Weller A, Giovanazzi S and Oberthaler M K, Squeezing and entanglement in a Bose–Einstein condensate. *Nature* 455, 1216 (2008).
- [7] Gross C, Zibold T, Nicklas E, Estève J and Oberthaler M K, Nonlinear atom interferometer surpasses classical precision limit. *Nature* 464, 1165 (2010).
- [8] Riedel M F, Böhi P, Li Y, Hänsch T W, Sinatra A and Treutlein P, Atom-chip-based generation of entanglement for quantum metrology. *Nature* 464, 1170 (2010).
- [9] Gross C, Strobel H, Nicklas E, Zibold T, Bar-Gill N, Kurizki G and Oberthaler M K, Atomic homodyne detection of continuous-variable entangled twin-atom states. *Nature* 480, 219 (2011)。
- [10] Zhang Z and Duan L M, Generation of Massive Entanglement through an Adiabatic Quantum Phase Transition in a Spinor Condensate. *Phys. Rev. Lett.* 111, 180401 (2013).
- [11] Luo X Y, Zou Y Q, Wu L N, Liu Q, Han M F, Tey M K and You L, Deterministic entanglement generation from driving through quantum phase transitions. *Science* 355, 620 (2017).
- [12] Pechkis H K, Wrubel J P, Schwettmann A, Griffin P F, Barnett R, Tiesinga E and Lett P D, Spinor Dynamics in an Antiferromagnetic Spin-1 Thermal Bose Gas. *Phys. Rev. Lett.* 111, 025301 (2013).
- [13] Widera A, Gerbier F, Foelling S, Gericke T, Mandel O and Bloch I, Coherent Collisional Spin Dynamics in Optical Lattices. *Phys. Rev. Lett.* 95, 190405 (2005).

- [14] Struck J, Olschlager C, Le Targat R, Soltan-Panahi P, Eckardt A, Lewenstein M, Windpassinger P and Sengstock K, Quantum Simulation of Frustrated Classical Magnetism in Triangular Optical Lattices. *Science* 333, 996 (2011).
- [15] Simon J, Bakr W S, Ma R, Eric Tai M, Preiss P M and Greiner M, Quantum simulation of antiferromagnetic spin chains in an optical lattice. *Nature* 472, 307 (2011).
- [16] Krauser J S, Heinze J, Fläschner N, Götze S, Jürgensen O, Lühmann D S, Becker C and Sengstock K, Coherent multi-flavour spin dynamics in a fermionic quantum gas. *Nat. Phys.* 8, 813 (2012).
- [17] Krauser J S, Ebling U, Fläschner N, Heinze J, Sengstock K, Lewenstein M, Eckardt A and Becker C, Giant Spin Oscillations in an Ultracold Fermi Sea. *Science* 343, 157 (2014).
- [18] Ebling U, Krauser J S, Fläschner N, Sengstock K, Becker C, Lewenstein M and Eckardt A, Relaxation Dynamics of an Isolated Large-Spin Fermi Gas Far from Equilibrium. *Phys. Rev. X* 4, 021011 (2014).
- [19] Dong Y and Pu H, Spin mixing in spinor Fermi gases. *Phys. Rev. A* 87, 043610 (2013).
- [20] Wei D, Xiong D Z, Chen H X and Zhang J, An Enriched 40K Source for Atomic Cooling. *Chin. Phys. Lett.* 24, 679 (2007).
- [21] Wei D, Xiong D Z, Chen H X, Wang P J, Guo L and Zhang J, Simultaneous Magneto-Optical Trapping of Fermionic 40K and Bosonic 87Rb Atoms. *Chin. Phys. Lett.* 24, 1541 (2007).
- [22] Xiong D Z, Chen H X, Wang P J, Yu X D, Gao F and Zhang J, Quantum Degenerate Fermi–Bose Mixtures of 40K and 87Rb Atoms in a Quadrupole-Ioffe Configuration Trap. *Chin. Phys. Lett.* 25, 843 (2008).

第五章 光学操控 p 波 Feshbach 共振的普适性

5.1 概述

随着实验上对原子间相互作用强度调控能力的发展，极大的促进了超冷原子气体的研究。利用磁场诱导产生 Feshbach 共振是其中一个非常强大的工具，并且已经广泛的应用于强关联的简并原子气体^[1]。另一个很重要的调控原子间相互作用的技术是光学 Feshbach 共振：散射态的一对原子通过近光缔合共振的光场耦合到分子激发态^[2]。由于光学 Feshbach 共振可以以更快更精准的控制光场强度，这样为我们提供了一个在时间和空间上更加灵活的操控原子相互作用方法^[3,4]。然而，光学 Feshbach 共振也存在一个弊端，就是由于光场导致的原子间的非弹性碰撞会使原子数有一个较快的损耗。

最近，另一项新技术有效的解决了原子数损耗的问题：光学操控和磁场 Feshbach 共振相结合^[5-14]。核心思想就是不再利用光场来耦合原子的散射态和束缚态，而是先利用磁场 Feshbach 共振生成闭通道分子，再利用光场将闭通道分子耦合到激发态分子态。用这种方法，光场会改变闭通道分子的能量，那么这样就改变了磁场 Feshbach 共振的共振磁场点位置。这个方法已经被应用到超冷玻色和费米气体中。利用这个方法原子数损耗可以降低一个数量级，而且不影响对原子在时间和空间上的高精细操控。

P 波 Feshbach 共振在量子多体系统中扮演着重要的角色^[15-21]，特别是在实现拓扑超流体方面^[22-24]。因此，在过去的十几年科学家针对 p 波的 Feshbach 共振做了大量的实验研究^[25-33]。在本章，我们将应用光学操控的方法来获得更高的分波磁场 Feshbach 共振。我们利用光场驱动束缚态间转移来改变闭通道分子态的能量来改变 p 波共振磁场点，而且共振点磁场位置可以用一个光场失谐的单参数公式来表达，这意味着共振点很敏感的依赖于光场的失谐。这个工作最重要的结论就是在实验和理论上验证了对于 $m=0$ 组份的耦合参数和 $m=\pm 1$ 组份耦合参数的比例在很大程度上是普适性的。另外我们还观察到了一些有趣的现象，比如可以通过调节光场的失谐来实现简并的 p 波 Feshbach 共振以及将 s 波 Feshbach 共振点和 p 波 Feshbach 共振点相互重合。

5.2 实验过程

5.2.1 实验装置与自旋态的制备

冷原子的制备过程在第二章已做过详细介绍，我们在光学偶极阱中获得了 $|9/2, 2, 9/2\rangle$ 态的 ^{40}K 简并费米气体，原子数为 $N \approx 6 \times 10^6$ 。我们利用 5G 的快速射频场绝热的将费米气体制备到 $|9/2, -9/2\rangle$ 态作为初始态。然后我们将磁场设置到 $B \approx 219.4 \text{ G}$ ，再利用 30ms 的射频场将费米气体制备到 $|9/2, -7/2\rangle$ 。在此磁场下射频场的中心频率为 47.45MHz，宽度为 0.3MHz。我们也可以通过一个 π 脉冲的射频场将 $|9/2, -7/2\rangle$ 态的费米子制备到 $|9/2, -5/2\rangle$ 。

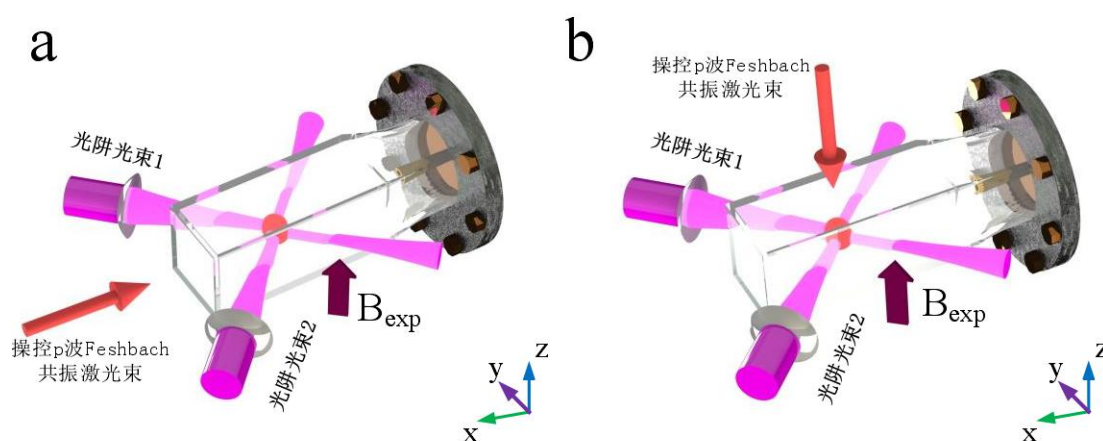


图 5.1 实验光路示意图 (a) 操控 p 波 Feshbach 共振的激光沿着 x 方向照射原子云；(b) 操控 p 波 Feshbach 共振的激光沿着 z 方向照射原子云。

随后，我们利用四级线圈在 z 方向（重力方向）加一个均匀的偏执磁场 B_{exp} ，用来操控 p 波 Feshbach 共振的激光沿着 z 或者 x 方向，如图 5.1 所示。我们所使用的激光来自一个连续可调的钛宝石激光器。激光束照射到简并费米气体原子云所在的位置，激光的腰斑半径为 $200\mu\text{m}$ ，远大于简并费米气体原子云的半径。我们利用声光调制器对激光进行移频，这样我们就可以精确控制激光强度以及激光脉冲的时间。

5.2.2 实验步骤

我们将磁场设置到 $B \approx 219.4 \text{ G}$ ，将超冷费米气体制备到 $|9/2, -7/2\rangle$ 态。然后将磁场在 1ms 内快速的扫描的到 p 波 Feshbach 共振点处的磁场，此时打开耦合闭通道分子态到分子激发态的激光，如图 5.2 所示。在这个状态下保持 20ms，最后关闭耦合激光，关闭光学偶极阱以及磁场，使原子自由飞行 12ms，然后做吸收成像，测定 $|9/2, -7/2\rangle$ 态原子数目的损耗。

为了校准实验装置，在低于 ${}^2P_{1/2}+{}^2S_{1/2}$ 阈值接近 p 波 Feshbach 共振附近，我们测量了 ${}^{40}\text{K}_2$ 分子激发态的束缚态分子谱线。磁场 B_{exp} 设定到 198.3G。在这个磁场值下，由于闭通道分子态 $m=\pm 1$ 恰好与两个自由原子的能量相等，此时原子将经历强的非弹性碰撞而损耗。当耦合激光照射到原子气体上，并且激光的频率正好等于束缚态 ϕ_g 和激发分子态 ϕ_e 的能级差时，此时由于 ac-Stark 效应，共振点的位置将偏移原来位置。如图 5.2 (a) 所示，我们实验测到的就是通过改变耦合激光波长而得到的原子损耗点出现的峰值光谱。我们使用的耦合激光功率为 60mW，波长范围是 771.5-772.7nm。

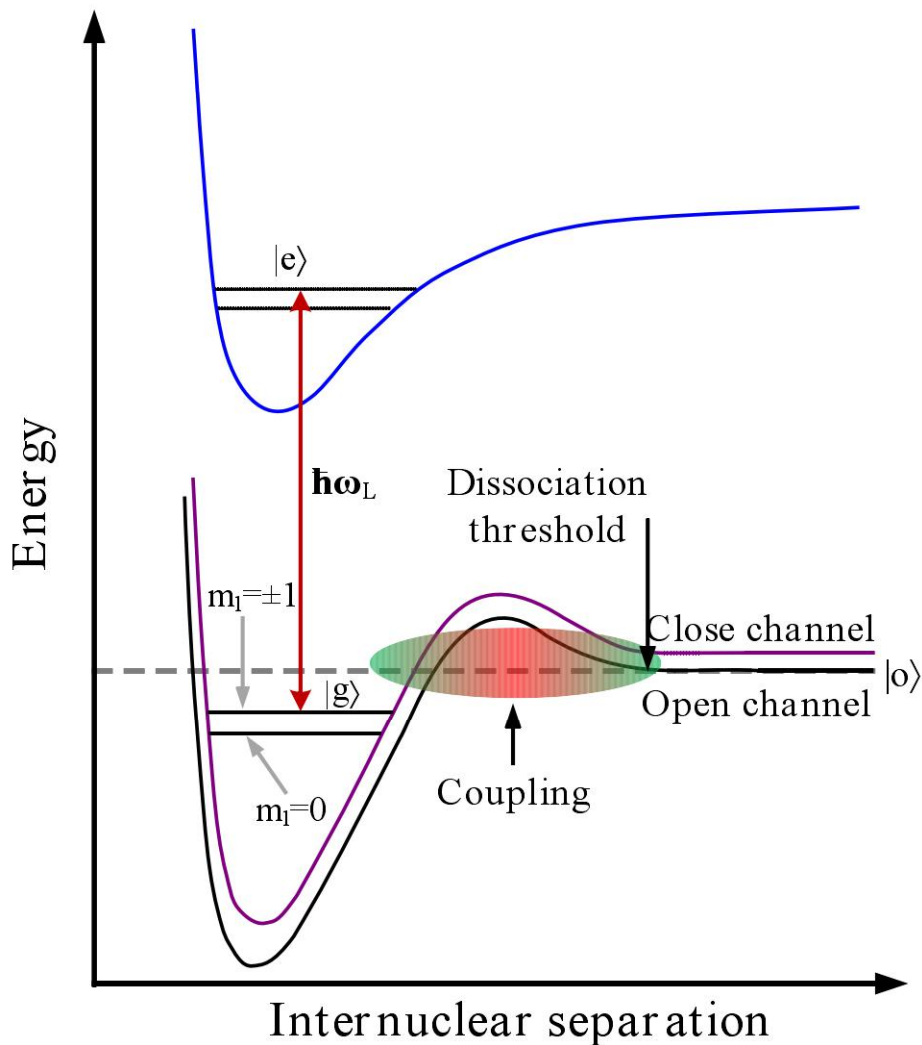


图 5.2 双原子系统的能量曲线示意图 利用一近共振激光将闭通道分子态 ϕ_g 耦合到激发分子态 ϕ_e 。能量较低的两条曲线代表在处在电子基态的两个单组份 ${}^{40}\text{K}$ 原子，能量较高的曲线代表由一个电子基态原子和一个电子激发态原子组成的原子对的能量曲线。

我们将 p 波 Feshbach 共振所测到的束缚态光谱和我们之前工作^[10]测到的 $|9/2, -9/2\rangle \otimes |9/2, -7/2\rangle$ 在 $B=202.1\text{G}$ 的 s 波 Feshbach 共振光谱作比较, 如图 5.3 (b) 所示。Feshbach 分子制备在 $B=202.1\text{G}$ 共振点的 BEC 区域。从图 5.3 中我们可以看出, 两种方法所测到的束缚态光谱高度重合。p 波 Feshbach 共振所测到的束缚态光谱的峰对应于激发态分子态的振动能级。由于分子内部振动、自旋、超精细相互作用、塞曼相互作用等的共同作用, 在每个振动能级应该有更加复杂的多重结构, 这些结构在我们之前 s 波 Feshbach 共振光谱中已经得到验证^[10]。

另外, 我们的工作主要关注耦合光束对磁场 Feshbach 共振点的影响。我们的实验系统, 有两个主要的损耗机制: 由于三体碰撞引起的三体损耗以及由于激发态分子自发辐射造成的两体损耗。在共振点处这两种损耗效应会得到加强。这样, 在我们实验当中, 我们通过测量原子数随着磁场的变化, 我们就可以认为原子损耗最大的点就是 Feshbach 共振点。

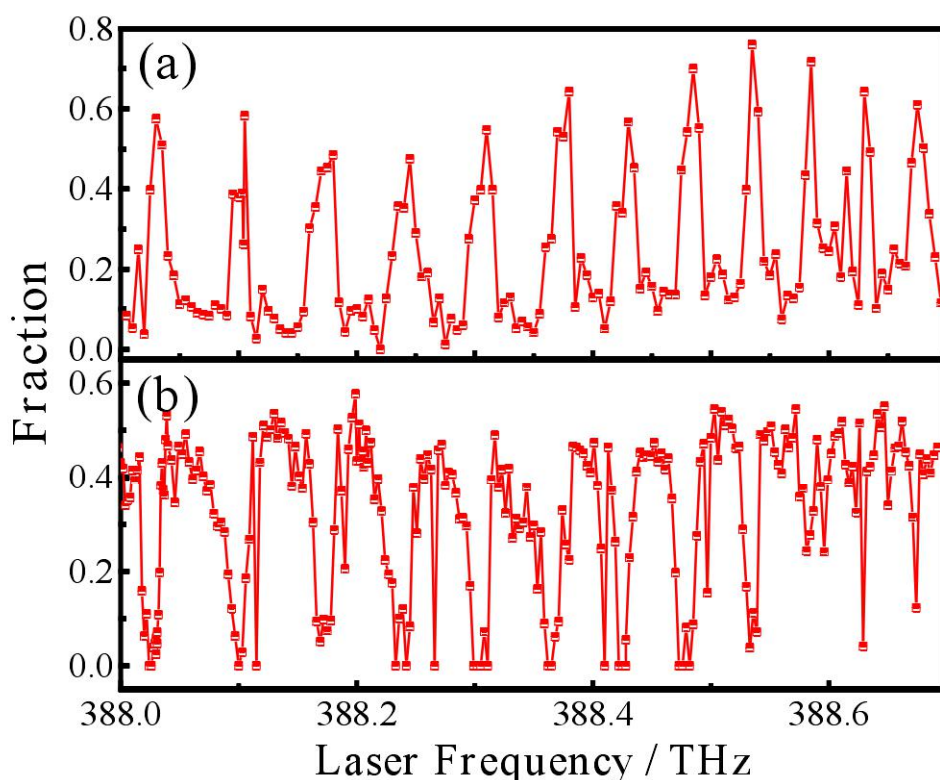


图 5.3 束缚态分子谱。(a) 在 ${}^2p_{1/2}+{}^2s_{1/2}$ 阈值下, 磁场为 198.3G 时, $|9/2, -7/2\rangle \otimes |9/2, -7/2\rangle$ 的 p 波 Feshbach 共振束缚态分子谱。(b) 在 ${}^2p_{1/2}+{}^2s_{1/2}$ 阈值下, 磁场为 202.1 时, $|9/2, -9/2\rangle \otimes |9/2, -7/2\rangle$ 的 s 波 Feshbach 共振的束缚态分子谱。

5.2.3 实验结果

5.2.3.1 线偏振光操控 p 波 Feshbach 共振

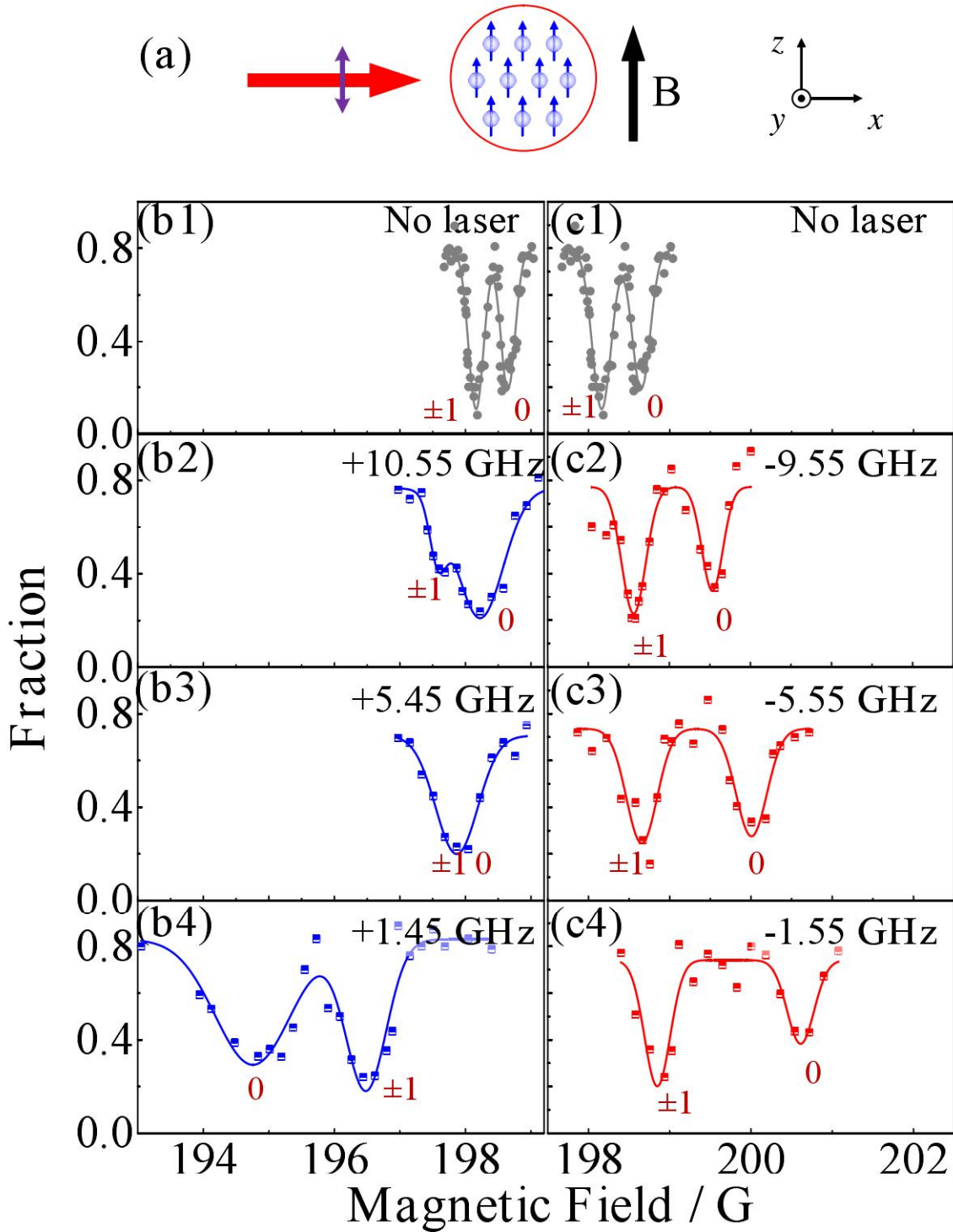


图 5.4 通过线偏振的光场来操控 p 波 Feshbach 共振。(a) 激光束以及外部磁场示意图；(b) (c) 分别在蓝失谐和红失谐光场下 p 波 Feshbach 共振共振点随着磁场的变化曲线，光场频率在 388.105 附近，光场强度为 50mW。

我们的实验利用 $|9/2, -7/2 \rangle \otimes |9/2, -7/2 \rangle$ 的双原子 p 波 Feshbach 共振来进行, 磁场沿着 z 方向。由于磁偶极相互作用, $m=0$ 的共振点要稍微高一点为 198.8G, $m=\pm 1$ 的共振点要稍微低一点为 198.3G, 如图 5.4 所示。首先我们使用线偏光来对原子作用, 偏振方向沿着 z 方向, 如图 5.4 (a) 所示。由于转动对称性和时间反演对称性, 光子反冲能量和失谐作用比起来足够弱, 因此我们可以将其忽略。这样, $m=\pm 1$ 的共振点在有耦合激光作用下, 仍然是简并的。

当耦合激光红失谐于束缚能级时, 由于耦合作用, 闭通道束缚态能量会被推低。对于 $|9/2, -7/2 \rangle \otimes |9/2, -7/2 \rangle$ 的 p 波 Feshbach 共振, 闭通道的磁场动量要高于开通道。因此, 在闭通道束缚态需要更高的塞曼能量来达到阈值, Feshbach 共振点也会被推高。当激光失谐变小, 束缚态的能量会受到更强的排斥作用, 这样会导致共振点位置偏移更远。如图 5.4 (c) 所示, 在失谐变小的过程中, 我们可以发现 $m=0$ 的共振位置相比于 $m=\pm 1$ 偏移的更快。如图 5.4 (c4) 所示, 当红失谐值为 1.55GHz 时, $m=\pm 1$ 共振点位置在 198.8G, 而 $m=0$ 的共振点位置已经偏移到 201.6G。

当耦合激光为蓝失谐时, 闭通道分子的能量被推到更高的能量, 所以我们需要更低的塞曼能量将分子推到阈值, 这样共振位置将向低磁场偏移。类似的, $m=0$ 的共振位置偏移速更快。那么, 在较低失谐时, $m=0$ 的共振位置会比 $m=\pm 1$ 共振位置更低, 如图 5.4 (b4) 所示。然而, 如图 5.4 (b2) 所示, 当失谐变大时, $m=0$ 的共振点位置仍然要高于 $m=\pm 1$ 共振点位置。那么便会有一个特殊的中间值, $m=0$ 的共振点位置正好和 $m=\pm 1$ 共振位点位置重合, 这样我们就创造了三个共振点的简并, 如图 5.4 (b3) 所示。这种情况发生在由于分子的 ac-Stark 效应而使得分子偶极相互作用能量变得一致时。在这种特殊情形下, 旋转对称性被保留了下来。

为了更加清楚的展现耦合激光对共振点的偏移作用, 我们绘制了共振点磁场位置随着耦合激光失谐变化的曲线, 如图 5.5 所示。图 5.5(a)是 ^{40}K 原子在 $|9/2, -7/2 \rangle$ 超精细态^[25]的 p 波 Feshbach 共振点随着耦合激光失谐的变化曲线, 束缚态的能级跃迁频率为 $\omega_{eg} \approx 388.105\text{THz}$; 图 5.5 (b) 是在同样的自旋态和磁场附近, 但是束缚态的能级跃迁频率变为 $\omega_{eg} \approx 388.31\text{THz}$ 。如图 5.5 (c) 所示, 我们将 ^{40}K 原子自旋态改为 $|9/2, -5/2 \rangle$ 态^[34], 此时共振点磁场位置在 232G 附近, 束缚态的能级跃迁频率为 $\omega_{eg} \approx 388.105\text{THz}$ 。

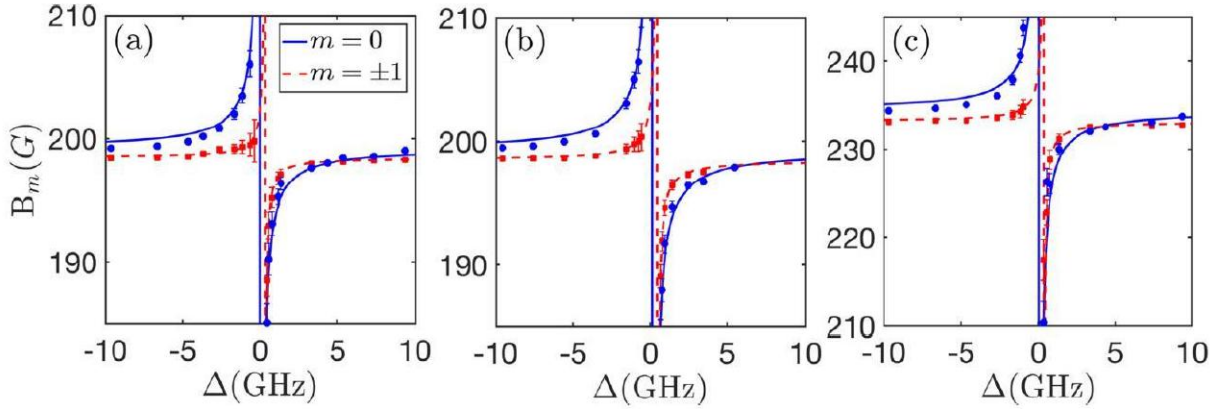


图 5.5 p 波 Feshbach 共振磁场点随着激光失谐的变化曲线 (a) (b) 分别为激光频率在 388.105THz 和 388.310THz 附近，磁场为 198.G 附近， $|9/2, -7/2\rangle \otimes |9/2, -7/2\rangle$ 态 p 波 Feshbach 共振磁场点随着激光失谐的变化曲线；(c) 激光频率在 388.105THz 附近，磁场为 232G 附近， $|9/2, -5/2\rangle \otimes |9/2, -5/2\rangle$ 态 p 波 Feshbach 共振磁场点随着激光失谐的变化曲线。

5.2.3.2 光场操控 p 波 s 波 Feshbach 共振点重合

最近，很多工作已经预言当 p 波 Feshbach 共振点和 s 波 Feshbach 共振点相互接近时^[35-38]，会发生很多有趣的多体物理现象。例如，在强 s 波 Feshbach 共振相互作用的一维的费米气体，一个额外的 p 波相互作用会导致一个流动的铁磁相位，这样提供了一个新的流动铁磁的产生机制^[37,38]；同时科学家还预测到 s 波和 p 波相互重合的三维的费米气体会发生有趣的配对结构^[35,36]。然而，如果没有光学操控，对于 ^{40}K 的 p 波 Feshbach 共振的共振点在 198.3G 和 198.8G，仍然远离 s 波 Feshbach 共振点位置 202.1G^[39]。

在光学操控下，如图 5.6 所示，对于红失谐为 1.1G 时， $m=0$ 的 p 波 Feshbach 共振点偏移到了 s 波共振点的位置，此时 s 波 Feshbach 共振点也同样偏移了几个高斯。图 5.6 (a) 是在同样红失谐 1.1G 时， $|9/2, -7/2\rangle$ 单态原子的 p 波 Feshbach 共振损耗曲线。图 5.5 (b) 则是在相同光学操控下， $|9/2, -7/2\rangle + |9/2, -9/2\rangle$ 混合原子数目的损耗曲线。从图中可以看出 p 波 Feshbach 共振点已经淹没在 s 波 Feshbach 共振点中。事实上，通过调节激光的失谐，我们可以很灵活的调节 p 波 Feshbach 共振点和 s 波 Feshbach 共振点的相对位置。因此我们的实验验证了参考文献^[35-38]的预测。

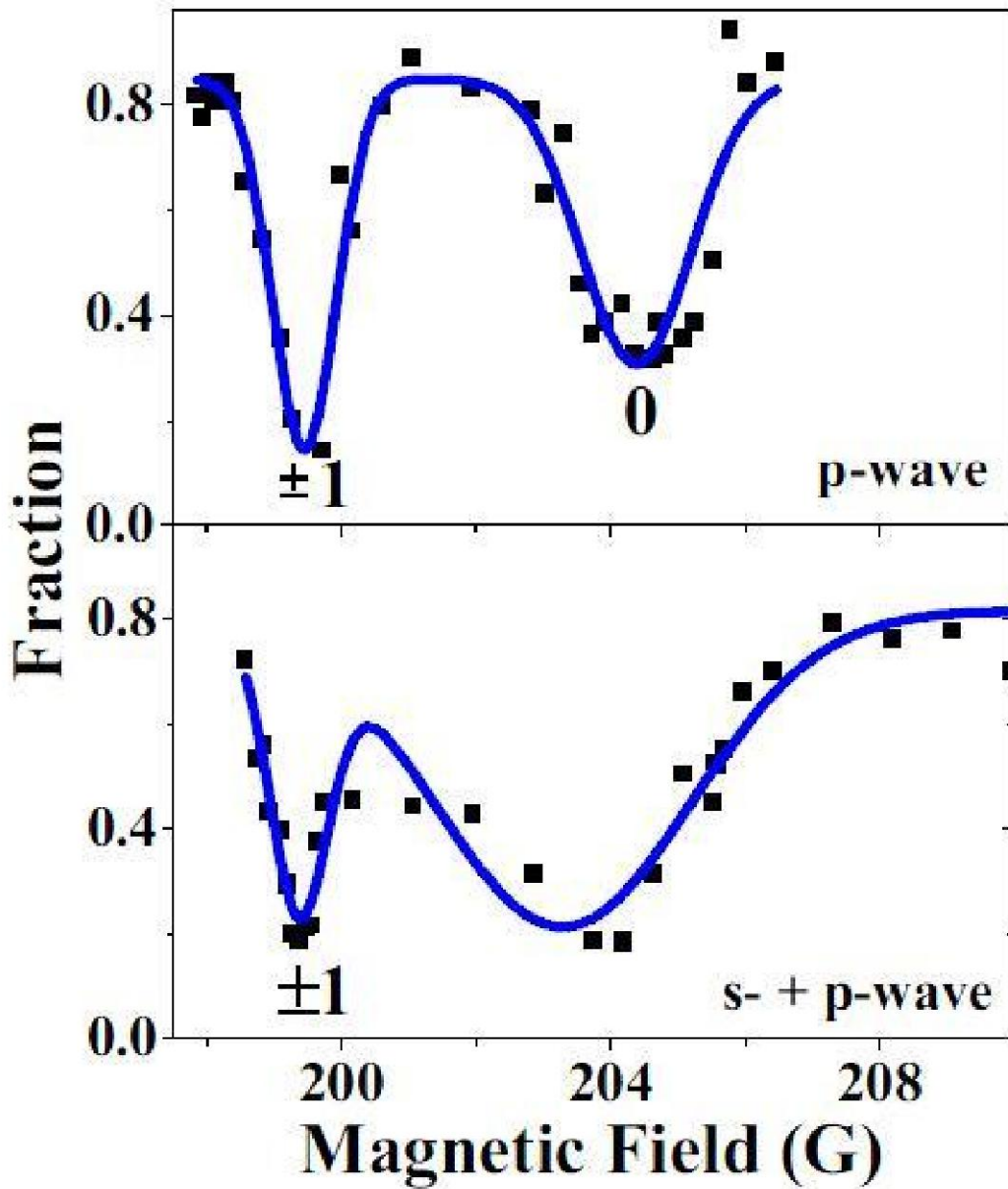


图 5.6 P 波 Feshbach 共振磁场点与 s 波 Feshbach 共振磁场点重合 (a) 在线偏振激光红失谐频率为 1.1GHz 时, $|9/2, -7/2\rangle \otimes |9/2, -7/2\rangle$ 态 p 波 Feshbach 共振原子损耗曲线; (b) 在线偏振激光红失谐频率为 1.1GHz 时, $|9/2, -9/2\rangle \otimes |9/2, -7/2\rangle$ 态 s 波+p 波 Feshbach 共振原子损耗曲线, 光的传播方向沿着 x 轴, 偏振方向平行于外部磁场。

5.2.3.3 σ 偏振光操控 p 波 Feshbach 共振

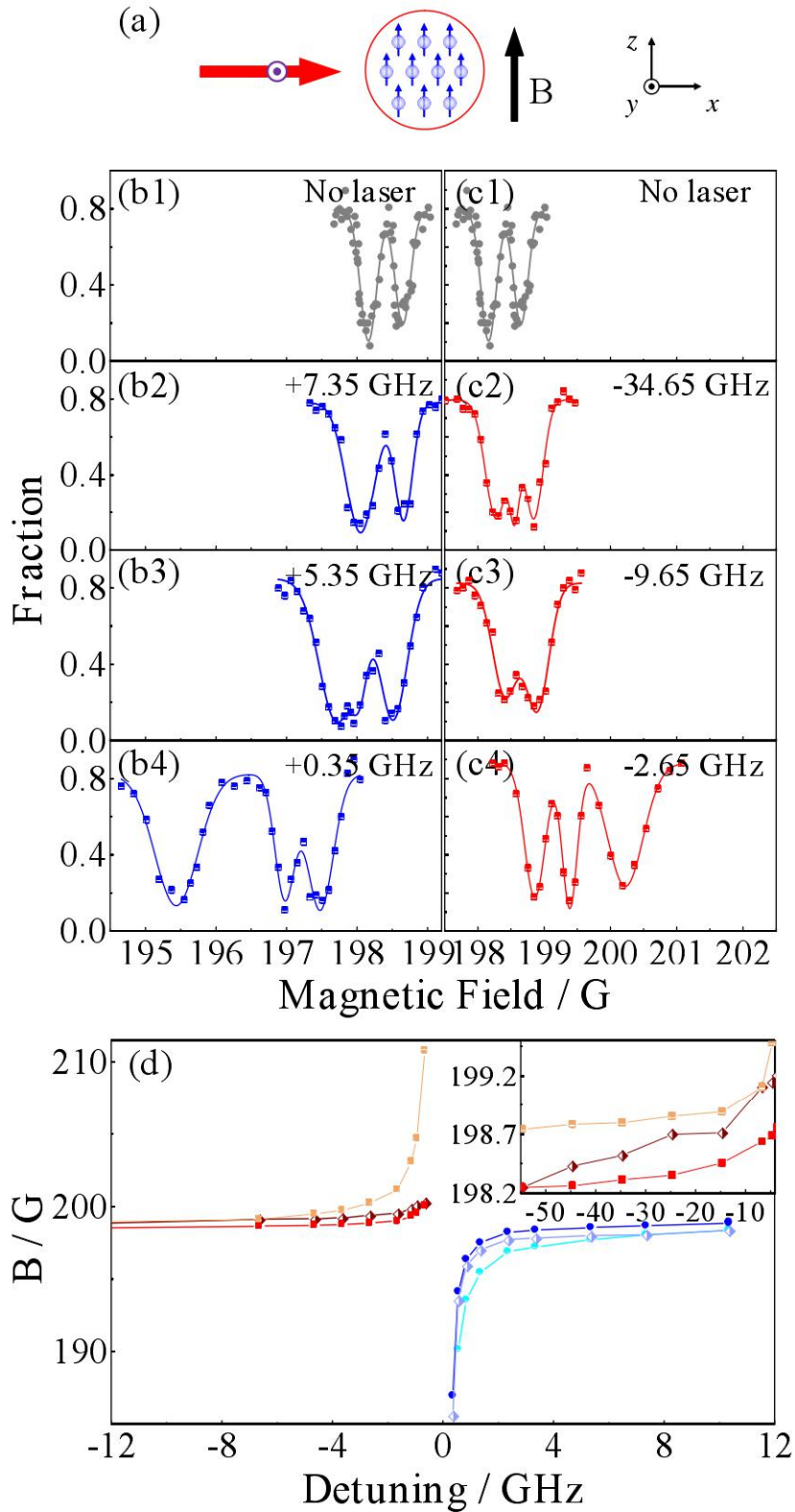


图 5.7 利用偏振方向垂直于外部磁场的光场来操控 p 波 Feshbach 共振 (a) 激光束与外部磁场示意图, 激光束传播方向沿着 x 轴, 偏振方向垂直于外部磁场; (b) (c)

分别为蓝失谐和红失谐光场下 $|9/2, -7/2\rangle \otimes |9/2, -7/2\rangle$ 态 p 波 Feshbach 共振点随着磁场的变化曲线；(d) p 波 Feshbach 共振点随着激光失谐变化曲线。三条不同线分别代表 $m = 1$ 与 $m = \pm 1$ 时的共振点位置。

我们还测量了一种情况：激光的偏振垂直于磁场。如图 5.7 所示，激光的传播的方向沿着 x 方向，偏振方向在 y 方向。在这种情况下，耦合激光打破了对于 z 方向的旋转对称性，这样使得 $m = \pm 1$ 的共振点分裂开来。当耦合激光红失谐时， $m = \pm 1$ 的其中一个共振点，接近于 $m = 0$ 的共振点，变得简并，如图 5.7 (c3) 所示。当耦合激光的波长进一步接近共振点时， $m = 0$ 的共振点偏移的更快，结论和我们前文分析一样。

如图 5.1 (b) 和 5.8 所示，我们展示了另外一种情形：激光传播方向沿着磁场方向，但是偏振为圆偏光，偏振方向所在平面垂直于磁场 (x, y 平面)。我们锁定耦合激光的失谐在 -2.6GHz ，我们发现共振位置在改变耦合激光椭圆率 ξ ($\xi = 0$ 代表线偏振， $\xi = \pm 1$ 代表 σ_{\pm}) 的过程中，表现出不同的偏移速度。因此，我们可以通过结合调节耦合激光失谐和椭圆率，就可以实现独立的操控三个共振点。

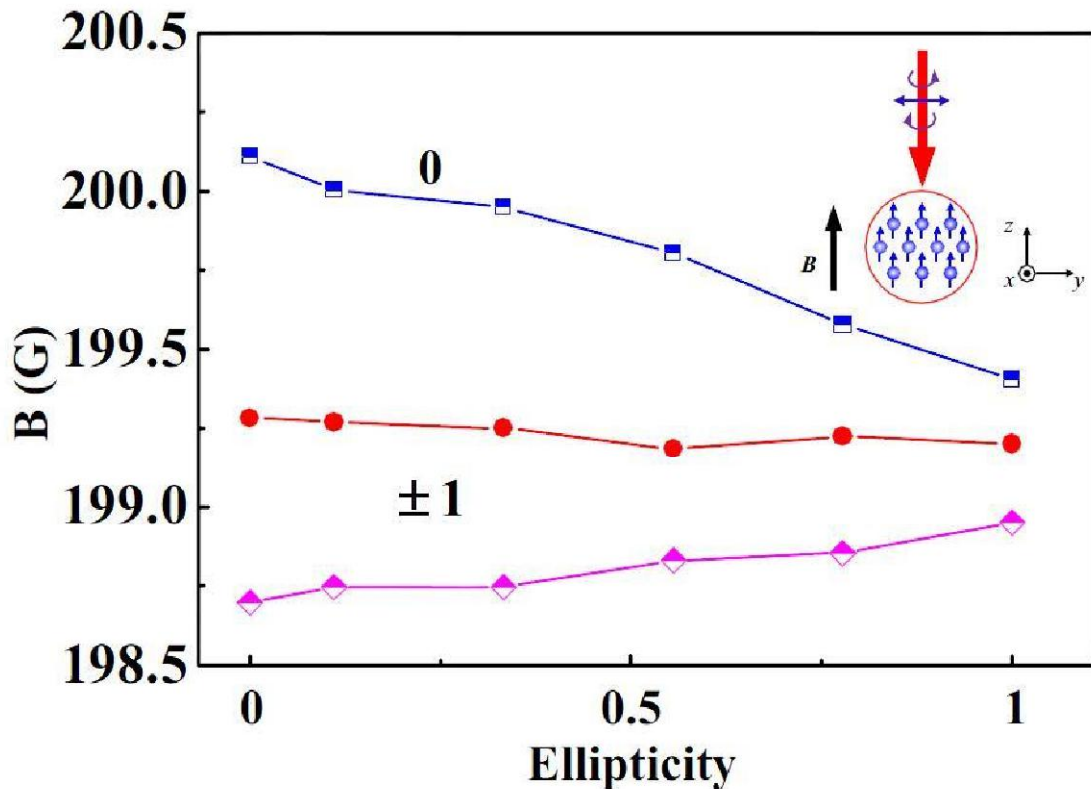


图 5.8 激光的方向沿着磁场方向来操控 p 波 Feshbach 共振，图为 p 波 Feshbach 共振磁场点随着椭圆率的变化曲线，激光的失谐为 -2.6GHz ，三条线分别代表 $m=0$ 和 $m=\pm 1$ 的共振点。

5.3 理论分析

图 5.5 的三组曲线，我们都可以用一个简单的公式来描述：

$$\mu(B_m - B_{m0}) = -\text{Re} \left[\frac{I(m)}{\Delta - i\gamma/2} \right] \quad (5.1)$$

其中 B_m 和 B_{m0} 分别是加和不加耦合激光两种情况下共振点磁场的位置， μ 是开通道和闭通道的磁距差， Δ 是耦合激光与激发分子态的失谐， $I(m)$ 代表闭通道分子态和激发态分子之间的耦合参数。公式等号右边是激光诱导的闭通道束缚态能量的偏移。这个公式来自微观耦合通道模型^[40-41]。

利用公式 (5.1) 拟合图 5.5 (a) (b) (c) 实验结果，我们可以得到 $I(0)/I(\pm 1)$ 的比值分别为 ≈ 2.1 , 1.9, 和 1.9。这个结果证明 $I(0)/I(\pm 1)$ 的比值是普适性的。这里的普适性意味着：对于不同的起始闭通道分子（例如图 5.5 (a) 和图 5.5 (c)）或者耦合到不同的激发态分子例如图 5.5 (a) 和图 5.5 (b)），这个值是不变的，是普适性的。

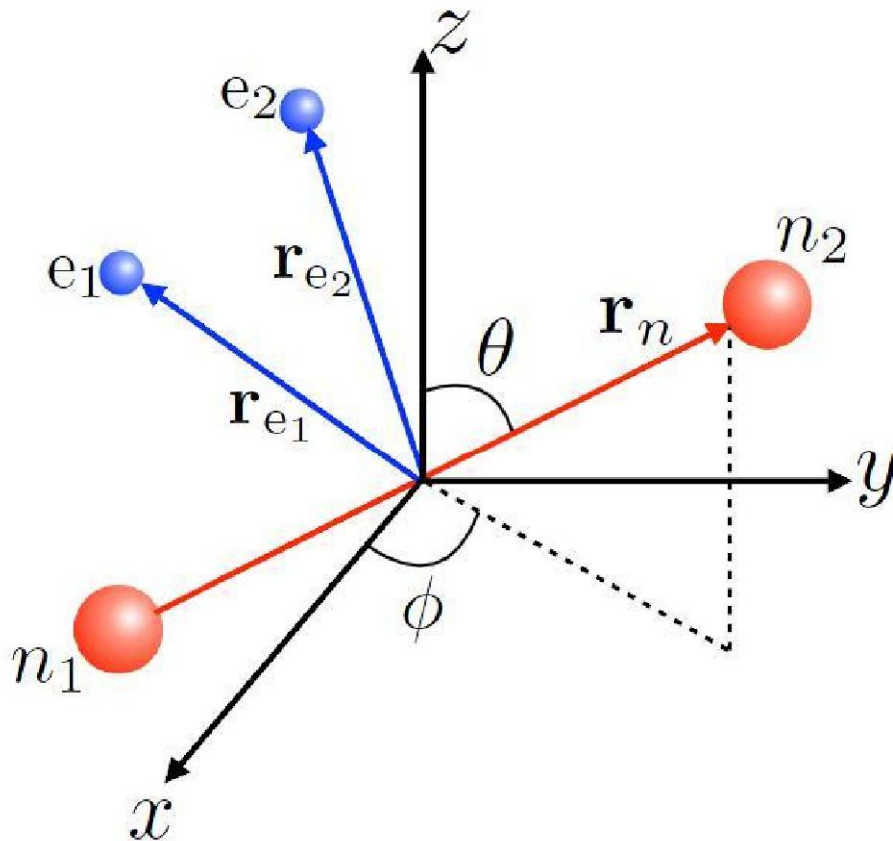


图 5.9 计算所使用的坐标系

下面我们解释为什么 $I(0)/I(\pm 1)$ 是普适性的。首先，我们声明一个参数：必要量

子数，用来描述分子态的质心结构。 r_n 代表两个原子核间位移距离， r_{e_1} 和 r_{e_2} 代表两个电子与质心的位移距离。必要量子数包含：(i) 总的角动量 l 和他在 \hat{z} 方向分量 m (这里 \hat{x} , \hat{y} 和 \hat{z} 以实验室为参考坐标)；(ii) $L_{e_1} + L_{e_2}$ 在 \hat{r}_n 方向的投影向量表示为 λ ；(iii) n_n 代表两原子核的振动，一组量子数 $\{n_e\}$ 描述两个电子的振动；(iv) 量子数描述电子和原子的自旋自由度。

这里我们可以有以下三点假设：(i) 不同自旋态的能级分裂相比于耦合激光的失谐足够小，这样可以忽略自旋轨道耦合和超精细耦合，因此我们系统很明确不包括电子和原子核自旋的自由度；(ii) 不同量子数 l 能态的能量分裂和激光失谐比起来也足够小。因此，在激光耦合作用下，这些态可以看做简并态；(iii) 激发分子态的径向波函数对于量子数 l 和 m 并不敏感。假设在 (ii) 和 (iii) 中，我们实验中涉及到的分子都是深度束缚分子以至于他们的波函数主要居于离心势垒中。

此外，由于对于 \hat{z} 方向的旋转对称性， m 在初态和末态之间是一个好量子数。在 (i) 和 (ii) 的假设下，闭通道分子和激发态分子的激光耦合强度正比于：

$$I(m) \propto \sum_{l^f} |\langle l^f, m, \lambda^f, \{n_e^f\}, n_n^f | \hat{T}_0 | l^i, m, \lambda^i, \{n_e^i\}, n_n^i \rangle|^2 \quad (5.2)$$

其中 \hat{T}_0 代表 $r_{e_1} + r_{e_2}$ 的 \hat{z} 方向分量，式中的上标 f 和 i 标注初态和末态的量子数。由于我们考虑的是 p 波 Feshbach 共振，那么 $l^f = 1$ ；对于在电子基态的两个碱金属原子， $\lambda^i = 0$ 。在 $I(m)$ 的表达式中，对于不同的 n_n^i 和 $\{n_e^i\}$ 对应不同的闭通道分子，也就是不同的 p 波 Feshbach 共振；对于不同的 n_n^f 和 $\{n_e^f\}$ 对应不同的激发态分子，也就是不同的束缚态跃迁频率。

我们将 $I(m)$ 分解为：

$$I(m) = g(m, \lambda^f) h(\{n_e^f\}, n_n^f, \{n_e^i\}, n_n^i, \lambda^f) \quad (5.3)$$

其中 g 和 h 是两个函数。这个结果由假设 (iii) 得来，并且利用了伯恩绝热近似。这样，我们可以得到 $I(0)/I(\pm 1)$ 仅仅依赖于 λ^f ：

$$\frac{I(0)}{I(\pm 1)} = \begin{cases} 3; & \lambda^f = 0 \text{ 时} \\ 1/2; & \lambda^f = \pm 1 \text{ 时} \end{cases} \quad (5.4)$$

$I(0)/I(\pm 1)$ 不依赖于 $\{n_e^f\}, n_n^f, \{n_e^i\}$ 和 n_n^i 。这就是说，这个值的大小并不依赖于对于 p 波 Feshbach 共振点以及对束缚态能级跃迁的选取。

下面我们将通过对闭通道束缚态分子和激发态分子之间耦合参数 $I(m)$ 的计算来对上面两公式作进一步的证明。我们先从分子态波函数 $|l, m, \lambda, n_n, \{n_e\}\rangle$ 出发。由于内

层电子的自由度可以被忽略，一个同核的双原子分子，比如：两个 ^{40}K 原子的分子，可以看作是由两个原子核 $n_{1,2}$ 和两个最外层电子 $e_{1,2}$ 组成，如图 5.9 所示。我们对这四个粒子做一个相对运动的研究，抛开质心运动。如图 5.9 所示，我们将质心的位置作为坐标系原点，质心位置近似在两个原子核的中间位置，我们定义的 x , y 和 z 轴和我们的实验室坐标系一致。在我们的系统中，分子的波函数是两个原子核相对位置 r_n 和电子 $e_{1,2}$ 的位置 $r_{e_{1,2}}$ 的函数。我们注意到 r_{e_i} ($i=1,2$) 实际上是 e_i 对于两个原子核的相对位置。由于我们忽略了自旋轨道耦合和超精细相互作用。这样在我们的计算中，我们仅仅考虑电子和原子核的空间运动。

在我们的系统中，所有这四个粒子的总角动量用 L 来表示，电子 e_i ($i=1,2$) 的角动量表示为 L_{e_i} 。为了简便，我们忽略精细和超精细相互作用，仅考虑库伦相互作用。因此，对于我们的系统，总角动量 L 和 $L_{e_1}+L_{e_2}$ 在 r_n 方向的分量是守恒的。这样，分子态可以表示为 $|l, m, \lambda, n_n, \{n_e\}\rangle$ ，其中 l 和 m 是 L 和 L^2 的 z 方向分量的量子数， λ 是 $L_{e_1}+L_{e_2}$ 在 r_n 方向的分量的量子数， n_n 和 $\{n_e\}$ 是原子核和电子振动的量子数。在伯恩绝热近似下^[42]，分子的波函数可以表示为：

$$\Psi_{l,m,\lambda,n_n,\{n_e\}}(r_n; r_{e_1}, r_{e_2}) \equiv \langle r_n; r_{e_1}, r_{e_2} | l, m, \lambda, n_n, \{n_e\} \rangle \quad (5.5)$$

我们可以把式子分解为：

$$\Psi_{l,m,\lambda,n_n,\{n_e\}}(r_n; r_{e_1}, r_{e_2}) \equiv \Psi_{l,m,\lambda,n_n,\{n_e\}}^{(n)}(r_n) \Psi_{\{n_e\},\lambda}^{(e)}(r_n; r_{e_1}, r_{e_2}) \quad (5.6)$$

这里， $\Psi_{\{n_e\},\lambda}^{(e)}$ 是当两个原子核被固定时两个最外层电子的波函数，那么我们的表达式为：

$$\Psi_{\{n_e\},\lambda}^{(e)}(r_n; r_{e_1}, r_{e_2}) = e^{-i\hat{L}_z^{(e)}\phi} e^{-i\hat{L}_y^{(e)}\theta} \phi_{\{n_e\},\lambda}(r_n; r_{e_1}, r_{e_2}) \quad (5.7)$$

其中 r_n , θ 和 ϕ 分别为基准，极角，和 r_n 方向的偏角， $\hat{L}_\alpha^{(e)}$ ($\alpha = x, y, z$) 是 $L_{e_1}+L_{e_2}$ 在 α 方向的分量， $\phi_{\{n_e\},\lambda}$ 是当原子核被固定到 z 方向时电子的波函数，并且满足：

$$\hat{L}_z^{(e)} \phi_{\{n_e\},\lambda}(r_n; r_{e_1}, r_{e_2}) = \lambda \phi_{\{n_e\},\lambda}(r_n; r_{e_1}, r_{e_2}) \quad (5.8)$$

此外，原子的波函数可以 $\Psi_{l,m,\lambda,n_n,\{n_e\}}(r_n)$ 可以进一步的分解^[43]：

$$\Psi_{l,m,\lambda,n_n,\{n_e\}}(r_n) = \chi_{l,m,\lambda,n_n,\{n_e\}}(r_n) \times \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}} D_{\lambda,m}^{(l)}(\phi, \theta, 0) \quad (5.9)$$

其中， $D_{\lambda,m}^{(l)}(\phi, \theta, 0)$ 是魏格纳 D 函数， $\chi_{l,m,\lambda,n_n,\{n_e\}}(r_n)$ 是原子核的径向波函数。在得到我们上面结果后，我们就可以计算公式 5.2 中出现的偶极跃迁矩阵元 $\langle l^f, m, \lambda^f, n_n^f, \{n_e^f\} | \hat{T}_0 | l^i, m, \lambda^i, n_n^i, \{n_e^i\} \rangle$ ，这个矩阵元可以表达为：

其中, $\begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix}$ 是 Winger-3j 符号, $A_{\{n_e^f\}, n_n^f, \{n_e^i\}, n_n^i, l^f, m, \lambda^f}$ 定义为:

$$A_{\{n_e^f\}, n_n^f, \{n_e^i\}, n_n^i, l^f, m, \lambda^f} = \int_0^\infty dr_n \left\{ r_n^2 \chi_{l^f, m, \lambda^f, \{n_e^f\}, n_n^f}^*(r_n) \chi_{l^i=1, m, \lambda^i=0, \{n_e^i\}, n_n^i}(r_n) \times \int dr_{e_1} dr_{e_2} \left[\Phi_{\{n_e^f\}, \lambda^f}^*(r_n; r_{e_1}, r_{e_2}) \hat{T}_{\lambda^f} \Phi_{\{n_e^f\}, \lambda^f} = 0(r_n; r_{e_1}, r_{e_2}) \right] \right\} \quad (5.16)$$

现在我们考虑 $A_{\{n_e^f\}, n_n^f, \{n_e^i\}, n_n^i, l^f, m, \lambda^f}$ 依赖于末态的量子数 l^f 和 m , 径向的薛定谔方程满足 $\chi_{\{n_e^f\}, n_n^f, l^f, m, \lambda^f}(r_n)$, l^f 和 m 的值仅仅影响与 $-r_n^{-2}$ 成正比的离心势, 而对于深束缚态的影响较小。我们假设激发分子态是深束缚态, 以及径向波函数 $\chi_{\{n_e^f\}, n_n^f, l^f, m, \lambda^f}(r_n)$ 近

似的不依赖于 l' 和 m 。因此，根据式子 5.16，参数 $A_{\{n_e^f\}, n_n^f, \{n_e^i\}, n_n^i, l^f, m, \lambda^f}$ 同样也是不依赖于 l^f 和 m 的。所以，我们可以简化表达式：

$$A_{\{n_e^f\}, n_n^f, \{n_e^i\}, n_n^i, l^f, m, \lambda^f} \rightarrow A_{\{n_e^f\}, n_n^f, \{n_e^i\}, n_n^i, \lambda^f} \quad (5.17)$$

我们可以将式子更简化的写成：

$$\begin{aligned} \langle l^f, m, \lambda^f, n_n^f, \{n_e^f\} | \hat{T}_0 | l^i, m, \lambda^i, n_n^i, \{n_e^i\} \rangle = \\ (-1)^{\lambda^f - m} \sqrt{3(2l^f + 1)} A_{\{n_e^f\}, n_n^f, \{n_e^i\}, n_n^i, \lambda^f} \times \begin{pmatrix} l^f & 1 & 1 \\ -\lambda^f & \lambda^f & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l^f & 1 & 1 \\ -m & 0 & m \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.18)$$

从式子可以看出， $\langle l^f, m, \lambda^f, n_n^f, \{n_e^f\} | \hat{T}_0 | l^i, m, \lambda^i, n_n^i, \{n_e^i\} \rangle$ 依赖于 Wigner-3j 符号和 $\sqrt{3(2l^f + 1)}$ 中的 l^f 和 m 。那么我们可以更加精确的计算，将式子 5.18 代入式子 5.2，我们则可以得到激光耦合参数 $I(m)$ ：

$$I(m) = g(m, \lambda^f) h(\{n_e^f\}, n_n^f, \{n_e^i\}, n_n^i, \lambda^f) \quad (5.19)$$

其中，

$$g(m, \lambda^f) = \sum_{l^f} 3(2l^f + 1) \begin{pmatrix} l^f & 1 & 1 \\ -\lambda^f & \lambda^f & 0 \end{pmatrix}^2 \times \begin{pmatrix} l^f & 1 & 1 \\ -m & 0 & m \end{pmatrix}^2 \quad (5.20)$$

$$h(\{n_e^f\}, n_n^f, \{n_e^i\}, n_n^i, \lambda^f) = \left| A_{\{n_e^f\}, n_n^f, \{n_e^i\}, n_n^i, \lambda^f} \right|^2 \quad (5.21)$$

此外，利用式子 5.19-5.21，我就可以得到结果 $I(+1) = I(-1)$ 以及式子 5.8。我们注意到这个结果并不依赖于 $\{n_e^f\}$ 的值。这个结果意味着如果用 π 偏振激光来耦合闭通道束缚态到激发分子态，并且满足 $\lambda^f = 0$ ，那么对于 $m=0$ 共振点的偏移要比 $m = \pm 1$ 的明显。另一方面，如果激发分子态满足： $\lambda^f = \pm 1$ ，此时对于 $m = \pm 1$ 共振点的偏移要比 $m = 0$ 的明显。这个结果意味着在我们的所有实验情况中，激光诱导耦合的是 $\lambda^f = 0$ 的激发分子态。

5.4 小结

我们通过利用激光耦合束缚态跃迁来研究光学操控 p 波的 Feshbach 共振。我们主要的结论就是光学操控的一个普适特性： $I(0)/I(\pm 1)$ 的比值很大范围内是一个常数。通过光学操控，我们还实现了一个有趣的情形：通过操控，实现了 p 波的 Feshbach 共振点和 s 波 Feshbach 共振点的重合。我们还考虑了一种情形：激光的偏振在 x, y

平面内。这样打破了旋转对称性，三个共振点将分裂开来。这样允许我们可以独立的操控这三个共振点。我们的工作为一些有趣的多体问题提供了研究参考。

参考文献

- [1] C. Chin, R Grimm, P. Julienne and E. Tiesinga, Feshbach resonances in ultracold gases, *Rev. Mod. Phys.*, 82, 1225 (2010).
- [2] P. O. Fedichev, Y Kagan, G. V. Shlyapnikov and J. T. M. Walraven, Influence of nearly resonant light on the scattering length in low temperature atomic gases, *Phys. Rev. Lett.* 77, 2913 (1996).
- [3] R. Yamazaki, S. Taie, S. Sugawa and Y. Takahashi, Submicron spatial modulation of an interatomic interaction in a Bose–Einstein condensate *Phys. Rev. Lett.* 105 050405 (2010).
- [4] R. Qi and H.Zhai, Bound States and Scattering Resonances Induced by Spatially Modulated Interactions. *Phys. Rev. Lett.* 106, 163201 (2011).
- [5] P. Zhang, P. Naidon and M. Ueda, Independent control of scattering lengths in multicomponent quantum gases. *Phys. Rev. Lett.* 103, 133202 (2009).
- [6] D. M. Bauer, M. Lettner, C. Vo, G. Rempe and S. Durr, Control of a magnetic Feshbach resonance with laser light. *Nat. Phys.* 5 339 (2009).
- [7] D. M. Bauer, M. Lettner, C. Vo, G. Rempe and S. Durr, Combination of a magnetic Feshbach resonance and an optical bound-to-bound transition. *Phys. Rev. A* 79, 062713 (2009).
- [8] G. Thalhammer, M. Theis, K. Winkler, R. Grimm, and J. H. Denschlag, Inducing an optical Feshbach resonance via stimulated Raman coupling. *Phys. Rev. A* 71, 033403 (2005).
- [9] H. Wu and J. E. Thomas, Optical Control of Feshbach Resonances in Fermi Gases Using Molecular Dark States *Phys. Rev. Lett.* 108, 010401 (2012).
- [10] Z. Fu, P. Wang, L. Huang, Z. Meng, H. Hu, and J. Zhang, Optical control of a magnetic Feshbach resonance in an ultracold Fermi gas. *Phys. Rev. A* 88, 041601 (2013).
- [11] L. W. Clark, L.-C. Ha, C.-Y. Xu, and C. Chin, Quantum Dynamics with Spatiotemporal Control of Interactions in a Stable Bose-Einstein Condensate *Phys. Rev. Lett.* 115, 155301 (2015).
- [12] A. Jagannathan, N. Arunkumar, J. A. Joseph, and J. E. Thomas, Optical Control of Magnetic Feshbach Resonances by Closed-Channel Electromagnetically Induced Transparency. *Phys. Rev. Lett.* 116, 075301 (2016).
- [13] Y.-C. Zhang, W.-M. Liu, and H. Hu, Tuning a magnetic Feshbach resonance with

spatially modulated laser light Phys. Rev. A 90, 052722 (2014).

[14] J. Jie and P. Zhang, Center-of-mass-momentum-dependent interaction between ultracold atoms Phys. Rev. A 95, 060701 (2017).

[15] N. Read and D. Green, Paired states of fermions in two dimensions with breaking of parity and time-reversal symmetries and the fractional quantum Hall effect. Phys. Rev. B 61, 10267 (2000).

[16] T.-L. Ho and R. B. Diener, Fermion Superfluids of Nonzero Orbital Angular Momentum near Resonance. Phys. Rev. Lett. 94, 090402 (2005).

[17] Z. Yu, J. H. Thywissen, and S. Zhang, Universal Relations for a Fermi Gas Close to a p-Wave Interaction Resonance Phys. Rev. Lett. 115, 135304 (2015); 117, 019901(E) (2016).

[18] S. M. Yoshida and M. Ueda, Universal High-Momentum Asymptote and Thermodynamic Relations in a Spinless Fermi Gas with a Resonant p-Wave Interaction. Phys. Rev. Lett. 115, 135303 (2015).

[19] C. Luciuk, S. Trotzky, S. Smale, Z. Yu, S. Zhang, and J. H. Thywissen, Evidence for universal relations describing a gas with p-wave interactions. Nat. Phys. 12, 599 (2016).

[20] M. He, S. Zhang, H. M. Chan, and Q. Zhou, Concept of a Contact Spectrum and Its Applications in Atomic Quantum Hall States. Phys. Rev. Lett. 116, 045301 (2016).

[21] X. Cui, Multichannel molecular state and rectified short-range boundary condition for spin-orbit-coupled ultracold fermions near p-wave resonances. Phys. Rev. A 95, 030701(R) (2017).

[22] A. Kitaev, Unpaired Majorana fermions in quantum wires. Phys. Usp. 44, 131 (2001)

- M. Teichmann, L. Tarruell, S. J. J.M. F. Kokkelmans, and C. Salomon, P-wave Feshbach resonances of ultracold ^6Li . *Phys. Rev. A* 70, 030702 (2004).
- [28] K. Günter, T. Stöferle, H. Moritz, M. Köhl, and T. Esslinger, p-Wave Interactions in Low-Dimensional Fermionic Gases. *Phys. Rev. Lett.* 95, 230401 (2005).
- [29] C. H. Schunck, M. W. Zwierlein, C. A. Stan, S. M. F. Raupach, W. Ketterle, A. Simoni, E. Tiesinga, C. J. Williams, and P. S. Julienne, Feshbach resonances in fermionic ^6Li *Phys. Rev. A* 71, 045601 (2005).
- [30] J. P. Gaebler, J. T. Stewart, J. L. Bohn, and D. S. Jin, p-Wave Feshbach Molecules. *Phys. Rev. Lett.* 98, 200403 (2007).
- [31] J. Fuchs, C. Ticknor, P. Dyke, G. Veeravalli, E. Kuhnle, W. Rowlands, P. Hannaford, and C. J. Vale, Binding energies of ^6Li p-wave Feshbach molecules. *Phys. Rev. A* 77, 053616 (2008).
- [32] Y. Inada, M. Horikoshi, S. Nakajima, M. Kuwata-Gonokami, M. Ueda, and T. Mukaiyama, Collisional Properties of p-Wave Feshbach Molecules *Phys. Rev. Lett.* 101, 100401 (2008).
- [33] T. Nakasuji, J. Yoshida, and T. Mukaiyama, Experimental determination of p-wave scattering parameters in ultracold ^6Li atoms. *Phys. Rev. A* 88, 012710 (2013).
- [34] A. Ludewig, Feshbach Resonance in 40K (University of Amsterdam, 2012).
- [35] L. Zhou, W. Yi, and X. Cui, Fermion superfluid with hybridized s- and p-wave pairings. *Sci. China-Phys. Mech. Astron.* 60, 127011 (2017).
- [36] F. Qin, X. Cui, and W. Yi, Universal relations and normal phase of an ultracold Fermi gas with coexisting s- and p-wave interactions. *Phys. Rev. A* 94, 063616 (2016).
- [37] L. Yang, X. Guan, and X. Cui, Engineering quantum magnetism in one-dimensional trapped Fermi gases with p-wave interactions. *Phys. Rev. A* 93, 051605(R) (2016).
- [38] Y. Jiang, D. V. Kurlov, X.-W. Guan, F. Schreck, and G. V. Shlyapnikov, Itinerant ferromagnetism in one-dimensional two-component Fermi gases. *Phys. Rev. A* 94, 011601(R) (2016).
- [39] T. Loftus, C. A. Regal, C. Ticknor, J. L. Bohn, and D. S. Jin, Resonant Control of Elastic Collisions in an Optically Trapped Fermi Gas of Atoms *Phys. Rev. Lett.* 88, 173201 (2002).
- [40] P. Zhang, P. Naidon, and M. Ueda, Scattering amplitude of ultracold atoms near the p-

wave magnetic Feshbach resonance. *Phys. Rev. A* **82**, 062712 (2010).

[41] T. Köhler, K. Góral, and P. S. Julienne, Production of cold molecules via magnetically tunable Feshbach resonances. *Rev. Mod. Phys.* **78**, 1311 (2006).

[42] J. Brown and A. Carrington, *Rotational Spectroscopy of Diatomic Molecules*. (Cambridge University Press, Cambridge, (2003).

[43] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Quantum Mechanics: Non- Relativistic Theory*, 3rd ed. (Pergamon, Oxford, 1977).

第六章 在周期性驱动的超冷费米气体中观察 Floquet 能带拓扑改变

6.1 概述

操控能带色散在设计具备很多新奇功能的量子材料中发挥着举足轻重的作用。除了固态中的传统方法，周期性的改变系统参数可以显著的改变量子材料的能带色散，比如将绝缘体变为拓扑态^[1-3]。由于 Floquet 的理论，我们可以利用有效的静态 Floquet 哈密顿函数来描述周期性驱动的量子系统。在周期的驱动下，系统会展示出一些独特的特性。在实验上，科学家已经在原子^[4,5]，光子^[6]和固态系统^[7]中对 Floquet 能带的进行了大量的研究。

由于超冷原子气体得空前可调性，它提供给我们一个完美的平台来研究 Floquet 物理^[8]。最近一个很好的例子：在超冷原子中通过加载一个周期性光学蜂巢晶格实现了 Haldane 模型^[9]，这个模型展现了出了反常量子霍尔效应。到目前为止，冷原子的实验已经聚焦到探测 Floquet 能带结构和他们的特性^[10]。比如，通过原子的输运^[9,11]或者绝热的将玻色子装载到能带最小的地方^[12-15]。能带的交叉点决定了能带的拓扑性质以及相变，然而这些实验并没有关注能带的交叉点，这样便无法探究每个能带的特性，例如中间的静态能带以及 Floquet 边带。因此，科学家迫切希望能够在实验上直接测量所有的动量空间的 Floquet 能带色散(包括边带)以及改变他们的拓扑特性。

狄拉克点是线性色散的拓扑能带接触点，它的产生与消失展示了量子物质的能带色散的拓扑改变。对于二维的系统，狄拉克点具有 Berry 曲率和闭环非零 Berry 相等特点的拓扑性质。因此，狄拉克点的产生和消失展现了量子物质的能带色散拓扑改变^[16]。二维的自旋轨道耦合，比如 Rashba 自旋轨道耦合，天然的在其能量色散中存在狄拉克点。我们都知道自旋轨道耦合在许多独特的量子材料中起着重要的作用^[17,18]。在超冷原子中，科学家已经通过两束相对向传播的拉曼光来耦合两个原子自旋态，在实验上实现了人造一维(Rashba^[19]和 Dresselhaus^[20]自旋轨道耦合的等权叠加)自旋轨道耦合^[21-30]。随后，利用在一个平面内的三束激光来耦合三个 ^{40}K 自旋态，实现了二维的自旋轨道耦合，并且观察到了狄拉克点^[31]。此外，中科大利用光晶格在 BEC 中同样观察到了二维的自旋轨道耦合^[32]。最近，通过调节拉曼耦合光束的偏振，我们在狄拉克点处，制造了一个能隙^[33]，这对于我们研究超冷原子的拓扑物理至关重要。

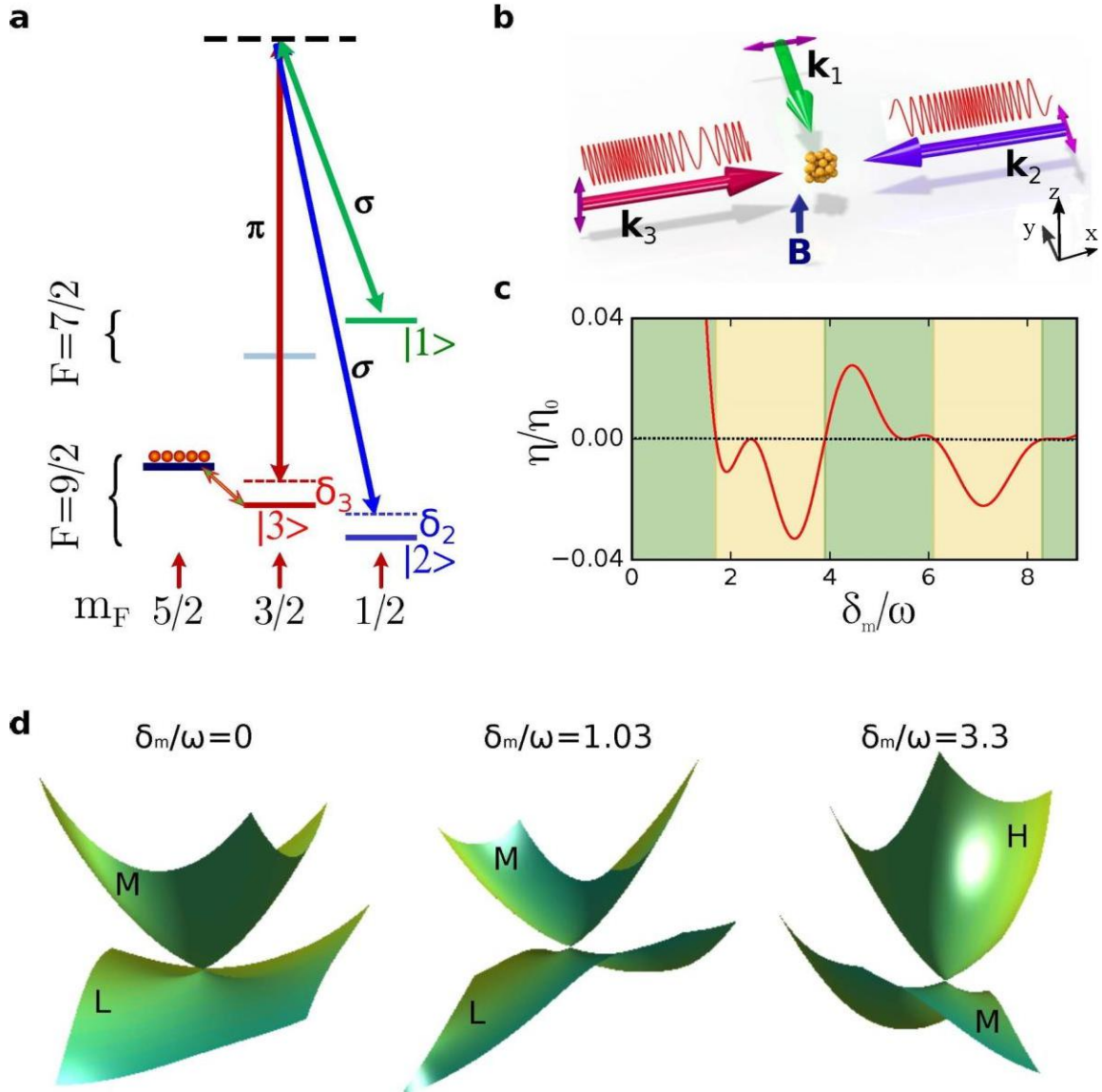


图 6.1 在简并费米气体中获得调制的二维自旋轨道耦合的方案 (a) ^{40}K 费米气体的能级图。三个超精细自旋态通过三束拉曼光耦合起来。原子初始制备在 $|9/2, 5/2\rangle$ 态。

(b) 三束拉曼光在 xy 平面内。拉曼光 2 和 3 的失谐被调制为 $\delta_{2(0)} + \delta_{m2}\cos(\omega t)$ 和 $\delta_{3(0)} + \delta_{m3}\cos(\omega t + \phi_0)$ 。(c) 有效拉曼耦合强度 $\eta = \Omega'_{12}\Omega'_{13}\Omega'_{23}$ 与调制参数 δ_m/ω 的关系曲线。背景颜色代表 η/η_0 的符号，表明狄拉克点的位置。(d) 对于不同的调制参数 δ_m/ω ，狄拉克点附近的能带结构。我们仅展示了狄拉克点所在的两个能带，L、M、H 分别代表能量最低的能带，能量中等的能带以及能量最高的能带。相对相位 $\phi_0 = \pi/2$ 。

本章，我们利用二维的自旋轨道耦合作为一个平台来研究 Floquet 能带的产生。

调制器，拉曼光 2 和 3 加载调制： $f_{2(0)} + \delta_{m2} \cos(\omega t)$ ； $f_{3(0)} + \delta_{m3} \cos(\omega t + \phi_0)$ 。

6.2.2 自旋注入射频谱

拉曼光的功率线性的由 0 变到最后所用的强度经过了 60ms。随后，一个 450 μ s 高斯型的射频场作用到原子云上，将 $|9/2, 5/2\rangle$ 态的原子注入到空的自旋轨道耦合缀饰态。因为自旋态 $|9/2, 5/2\rangle$ 通过射频场被耦合到了 $|3\rangle$ 态，我们通过测量 $|3\rangle$ 态的动量分布从而获得二维自旋轨道耦合的能量色散。最后，拉曼激光，光学偶极阱，以及磁场突然关断，原子在一个沿着 y 轴方向的梯度磁场作用下自由飞行 12ms，作吸收成像。成像的光束沿着 z 方向。利用吸收成像测量 $|3\rangle$ 态的原子数目来得到射频频率与动量函数，我们可以得到能带结构以及确定狄拉克点的位置。

6.2.3 拉曼光的配置

如图 6.2 所示，我们的三束拉曼激光来源于一个连续可调的钛宝石单频激光器，波长调节到 768.85nm。拉曼光 1 通过两个双穿的声光调制器（3200-124, Crystal Technology, Inc），频率偏移为 $-212.975 \times 4\text{MHz}$ 。驱动信号源为两个安捷伦 N9310A。拉曼光 2 和 3 分别各自单穿通过一个声光调制器，频率偏移分别为 $+380\text{MHz}$ 和 $+418.762\text{MHz}$ 。为了周期性的驱动双光子的拉曼失谐，拉曼光 2 和 3 分别将频率调制为： $f_{2(0)} + \delta_{m2} \cos(\omega t)$ 和 $f_{3(0)} + \delta_{m3} \cos(\omega t + \phi_0)$ 。其中调制信号 $\cos(\omega t)$ 和 $\cos(\omega t + \phi_0)$ 由另外一个信号源（AFG3252 Textronix）产生，相位差为 ϕ_0 。将这两个信号同时输出到两个安捷伦信号源（N5183A, Agilent）的外部调制输入，作为调制频率。这里的两个信号源调制频率最大可以到 3MHz，频偏最大可以到 10MHz，可以满足我们的实验需求。

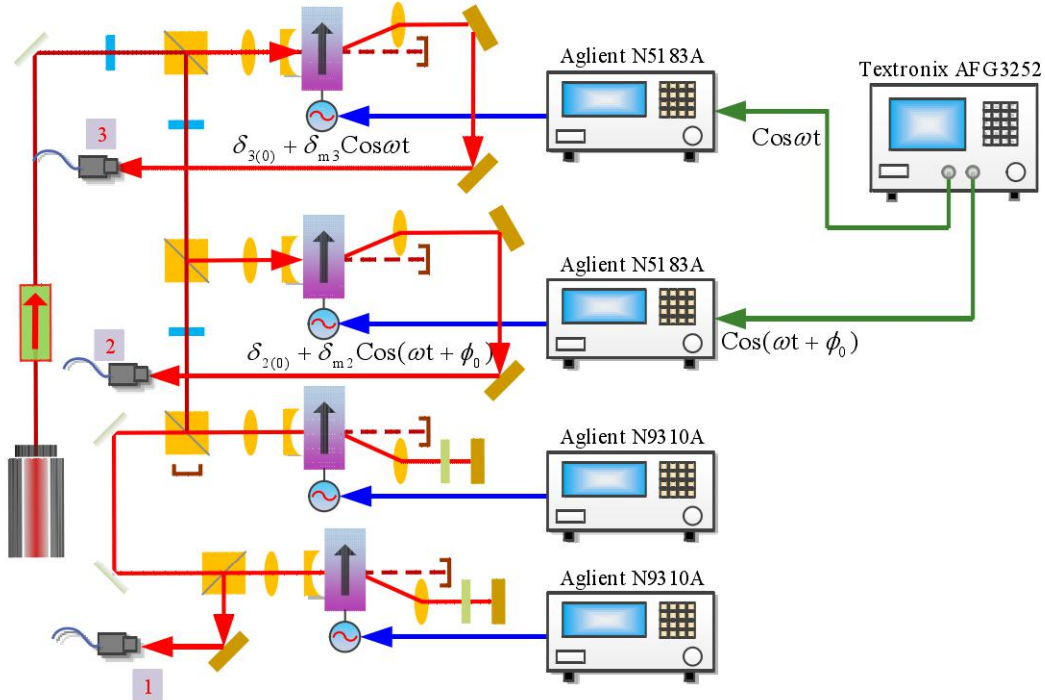


图 6.2 拉曼光分光示意图 三束拉曼激光来源于一个连续可调的钛宝石单频激光器，经过偏振分光棱镜，分为三束激光。三束激光通过声光调制器进行移频，获得实验需要的频率（1 路为两个双穿 $-212.975 \times 4\text{MHz}$ ；2 路为单穿 $+380\text{MHz}$ ；3 路为单穿 $+418.762\text{MHz}$ ）。拉曼光 2 和 3 分别将频率调制为： $f_{2(0)} + \delta_{m2} \cos(\omega t)$ 和 $f_{3(0)} + \delta_{m3} \cos(\omega t + \phi_0)$ 。其中调制信号 $\cos(\omega t)$ 和 $\cos(\omega t + \phi_0)$ 由另外一个信号源（AFG3252 Textronix）产生，相位差为 ϕ_0 。

6.3 实验结果

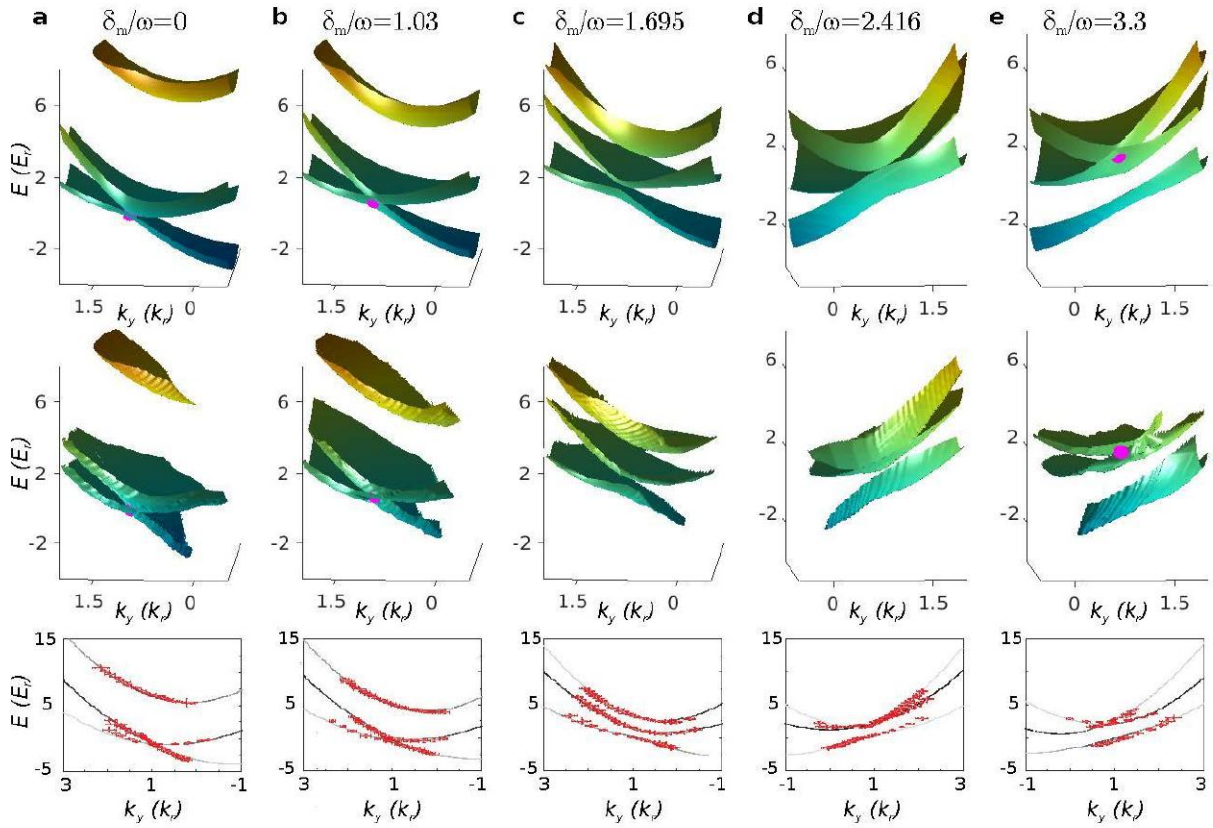


图 6.3 Floquet 能带的拓扑改变 最上面的一排和中间的一排分别代表理论计算以及实验测量的二维能带色散。中间一排红色的点代表狄拉克点。最下面一排代表在 $k_y = 0.05k_r$ (a-d) 以及 $k_y = 0.07k_r$ (e) 的一维色散。拉曼光失谐的调制幅度分别为 (a) $\delta_m/\omega=0$; (b) $\delta_m/\omega=1.03$; (c) $\delta_m/\omega=1.695$; (d) $\delta_m/\omega=2.416$; (e) $\delta_m/\omega=3.3$ 。

换为： $\Omega'_{12} = \Omega_{12}J_0(\delta_m/\omega)$ ， $\Omega'_{13} = \Omega_{13}J_0(\delta_m/\omega)$ ， $\Omega'_{23} = \Omega_{23}J_0(2\delta_m \sin(\phi_0/2)/\omega)$ 。 $J_0(x)$ 是 0 阶的贝塞尔函数。

有效的 3×3 静态 Floquet 哈密顿量有三个缀饰能带，狄拉克点的位置由 η/η_0 的符号来决定，其中 $\eta = \Omega'_{12}\Omega'_{13}\Omega'_{23}$ ， $\eta_0 = \Omega_{12}\Omega_{13}\Omega_{23}$ 。狄拉克点的位置出现在较低（较高）能带对于负值的（正值） η ^[31]。通过改变调制幅度 δ_m 和相对相位 ϕ_0 ，我们可以操控 η ，如图 6.1 (c) 所示。这样我们便改变了 Floquet 能带的拓扑结构，如图 6.1 (d) 所示。我们运用动量分辨的自旋注入（原子由自由自旋态注入到自旋轨道耦合态）射频光谱来研究缀饰态的能量动量色散谱。

6.3.1 观察 Floquet 能带色散的拓扑改变

我们将理论计算有效的静态 Floquet 哈密顿量的能量本征态与实验测到的能带色散谱进行了对比，如图 6.3 所示。我们拉曼光的波长设置为 768.85nm，在 D_1 和 D_2 线之间。当不加调制时 ($\delta_m = 0$)，我们使拉曼耦合强度 $\eta/\eta_0 = -1$ 。此时，我们利用自旋注入射频光谱观察到狄拉克点在较低的两个能带的接触点，如图 6.3 (a) 所示。Berry 曲率在狄拉克点处是个 Delta 函数，沿着狄拉克点闭合回路的 Berry 相位是 $\pm\pi$ ，因此下面的两支能带具有拓扑性，而上支没有拓扑性。

我们首先考虑周期调制的相对相位 $\phi_0 = \pi/2$ 的情况。通过增加 δ_m/ω ，三束有效拉曼耦合强度会减小，狄拉克点在动量空间移动，但是在 δ_m/ω 较小时，狄拉克点仍然在较低两个能带上，如图 6.3 (b) 所示。当 $\delta_m/\omega \approx 1.7$ ， $J_0(\delta_m/\omega) = 0$ 时，这样 $\Omega'_{23} = 0$ 。此时，两个自旋态 $|2\rangle$ 和 $|3\rangle$ 是退耦的，狄拉克点的位置将移到无穷远处，三个 Floquet 能带将独立分开，如图 6.3 (c) 所示。当 δ_m/ω 稍微大于 1.7 时，狄拉克点将重新出现在能量较高的两个能带上，因为 Ω'_{23} 改变了符号，变成了正值。当 $\delta_m/\omega \approx 2.4$ ， $J_0(\delta_m/\omega) = 0$ 时，这样 $\Omega'_{12} = \Omega'_{23} = 0$ ，两个自旋态 $|2\rangle$ 和 $|3\rangle$ 可以等效为一维自旋轨道耦合，从而看不到狄拉克点。对于我们的实验参数，自旋态 $|1\rangle$ 相当于退耦自由粒子，它的色散能带将和一维自旋轨道耦合的上支相交，如图 6.2 (d) 所示。由于有限大的驱动频率 ω ，一维自旋轨道耦合的两支存在一个较小的能隙。进一步增加 δ_m/ω ， Ω'_{12} 和 Ω'_{23} 同时改变了正负，狄拉克点仍然存在于上两支缀饰能带的交叉点，如图 6.2 (e) 所示。此时，初始非拓扑性的上能带变为了拓扑性的，较低的能带变为了非拓扑性的，详细见本章理论计算部分。

我们定义 $\mathbf{k}_0 = (k_x^0, k_y^0)$ 为狄拉克点在不加频率调制时在动量空间的原点位置。在有调制时，狄拉克点的位置可以被操控到不同的位置，使得在 \mathbf{k}_0 处，两个交叉能带将

出现一个能量间隔。我们通过测量在 \mathbf{k}_0 处三个缀饰能带的能量间隔来描述三个能带的色散谱。如图 6.4 (a) 所示, 我们画了一个能量间隔随调制参数 δ_m/ω 变化的曲线。随着 δ_m/ω 值得增加, 三个有效拉曼耦合强度将降低, 在 \mathbf{k}_0 处较低两个能带的能量间隔将增加 (图 6.4 (a) 蓝色曲线), 但是较高两个能带的能量间隔将减小 (6.3 (a) 红色曲线)。这个结果较好的验证了理论结果所预期调制下的 Floquet 能带色散谱。

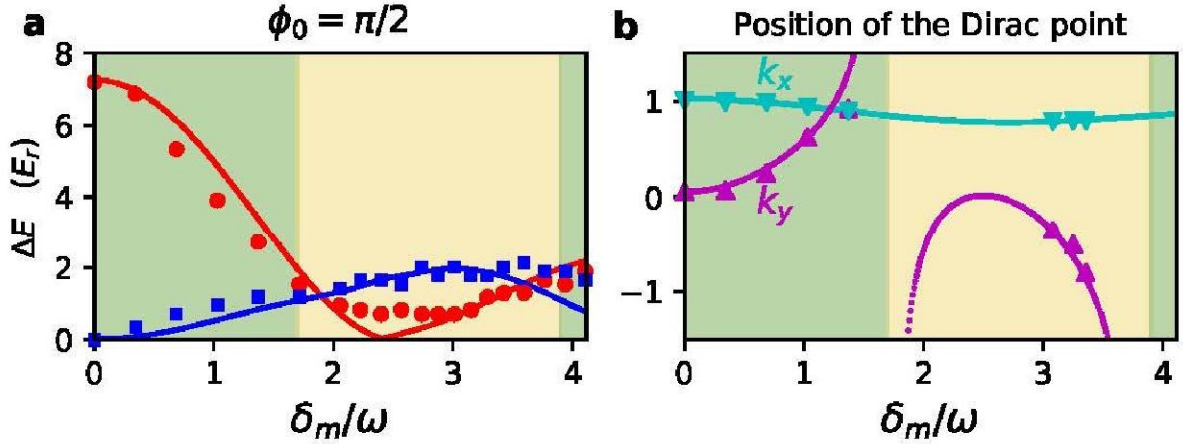


图 6.4 调制参数 δ_m/ω 与 Floquet 能带结构的关系曲线 (a) 在无调制时狄拉克点位置处, 三条能带的能量差。图中的点和实线分别代表实验结果和理论曲线。(b) 狄拉克点位置随着调制参数 δ_m/ω 变化的曲线。品红色和蓝绿色分别对应狄拉克点的 k_x 和 k_y 。图中的点和实线分别代表实验结果和理论曲线。其他参数与图 6.3 相同。背景色分别对应狄拉克点出现在能量较高的上两支 (黄色) 或者能量较低的下两支 (绿色)。

存在调制时, 狄拉克点位置 $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ 会偏离原始位置 \mathbf{k}_0 。对于不同的 δ_m/ω 值, 狄拉克点位置可以通过有效静态 Floquet 哈密顿函数的计算来得出。如图 6.4 (b) 所示, 我们展示了狄拉克点位置随着频率调制参数 δ_m/ω 变化的曲线, 理论和实验吻合较好。当 $\delta_m/\omega = z_{n,0}/\sqrt{2} = 1.7, 3.9, 6.1, 8.3, \dots$ 时, 狄拉克点的位置将移动到无穷远 (图 6.3 (c)), 跳过这几个点狄拉克点将会重新出现并且转换到另外两条能带上 (图 6.3 (e))。这里的 $z_{n,0}$ 是贝塞尔函数 $J_0(z_{n,0}) = 0$ 时的值。相反, 在上面这些值的两边, $\delta_m/\omega = 2.4, 5.5, 8.65, 11.8, \dots$, 其中两个有效的拉曼耦合强度会同时改变正负, 狄拉克点的位置并不改变。这里我们通过改变 δ_m/ω 的值来观测狄拉克点在较低和较高的两个能带的变换, 展示了受周期性驱动的 Floquet 能带结构的的拓扑改变。

6.3.2 观察 Floquet 边带

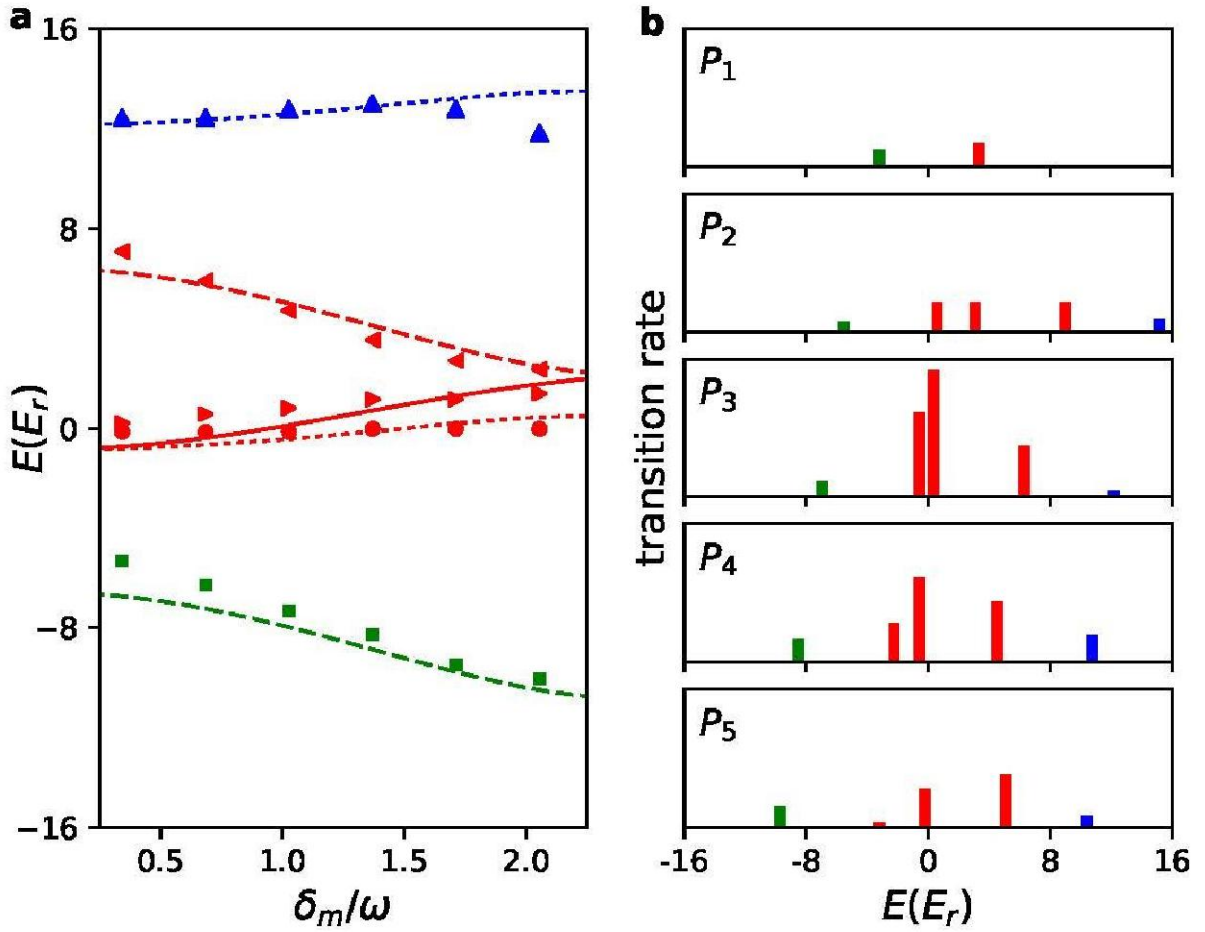


图 6.5 Floquet 边带 (a) 在 k_0 处, 能带的准能量与调制参数 δ_m/ω 关系曲线。图中的点和实线分别代表实验结果和理论曲线。中间三条红色曲线为中央 Floquet 能带, 两边两条 (蓝色、绿色) 为边带。其他参数与 6.3 相同。(b) 在五个典型动量态: $k_{P_1} = (-0.2, -2.84)$, $k_{P_2} = (-0.03, -1.94)$, $k_{P_3} = (0.19, -1.21)$, $k_{P_4} = (-0.07, -0.43)$ 以及 $k_{P_5} = (-0.25, -0.32)$ 处, 每条 Floquet 能带的相对射频跃迁率。调制参数均为 $\delta_m/\omega = 0.685$ 。中间红色柱体为中央 Floquet 能带, 两边蓝色、绿色柱体为边带。

周期性的驱动不仅改变了能带结构, 而且诱导产生了 Floquet 边带。由于能量的吸收和发射是 $\hbar\omega$ 的整数倍, Floquet 系统的能量色散在能量空间周期性的改变。尽管在周期性驱动的玻色系统中, 边带并不容易识别, 但是周期性调制的费米气体提供了一个完美的平台来描绘边带。图 6.5 (a) 展示了测量到的 $n = +1$ 和 $n = -1$ 的边带。依据 Floquet 理论, 边带的能量色散应该是 $n = 0$ 的缀饰能量边带的简单复制。为了检验 Floquet 理论, 我们同时也测量了在狄拉克原点 \mathbf{k}_0 的位置处的缀饰态的能量间隔,

以及边带的能量间隔随着调制参数 δ_m/ω 的变化曲线。如图 6.5 (a) 所示，理论计算和实验测量吻合较好。边带和原始能带的能量间隔 $\sim \hbar\omega = h \times 100\text{kHz}$ ，与驱动频率一致。

我们所观察到的边带射频光谱的信号展现出两个意外而有趣的特性：(i) 如图 6.5 (b) 所示， $n = \pm 1$ 的边带的信号强度要远远弱于 $n = 0$ 的中间能带，实验上没有观察到更高阶的边带 ($|n| \geq 2$)；(ii) 在实验上仅仅观察到了 $n = +1$ (或者 $n = -1$)的一条边带，没有观察到另外两条。边带信号的这个意外的特性可能是由于更加复杂物理机制决定。例如：(i) 一个非周期性的射频脉冲将原子由一个外部态耦合到周期性调制的 Floquet 能带，而且脉冲的持续时间要远远长于快速调制的周期^[38,39]；(ii) 缀饰能带的不同自旋成分在射频脉冲作用下会对不同末态有特殊选择。

6.3.3 相对相位的影响

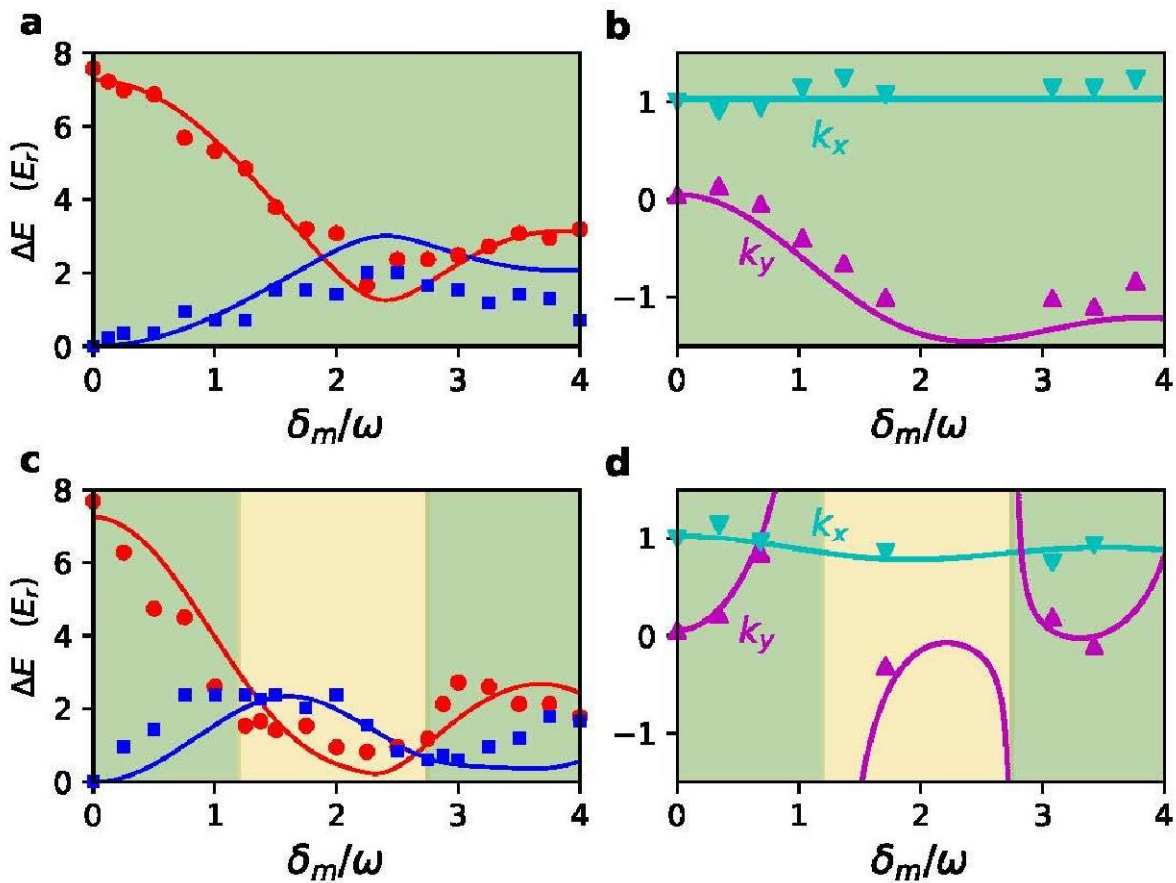


图 6.6 相对相位 ϕ_0 对 Floquet 能带的作用。(a) (b) 的相对相位 $\phi_0=0$ ，(c) (d) 的相对相位 $\phi_0=\pi$ ，其他参数均与图 5.3 一致。对于 $\phi_0=0$ ，拉曼耦合强度 Ω_{23} 没有调制，狄拉克点的位置仍然在能量较低的下两支能带。

在实验参数中存在多个调制时，调制的相对相位在驱动动力学中扮演着重要的作用。当相对相位不同时，对应的有效哈密顿量的能量色散也会有很大区别。举一个例子：比较圆偏和线偏来驱动两组分的规范场，圆偏不同于线偏可以打破时间反转对称性，从而导致了拓扑态的出现 [7,9]。改变调制的相对相位可以显著的改变 $\Omega'_{23} = J_0(2\delta_m \sin(\phi_0/2)/\omega)$ ，这样会影响 η/η_0 值得正负号以及狄拉克点的位置。如图 6.6(a)

(c) 所示，我们画出了在原始狄拉克点 \mathbf{k}_0 处能带间隔随着调制参数 δ_m/ω 的变化曲线，与图 6.4 (a) 类似，但是调制的相对相位分别为： $\phi_0 = 0$ ， $\phi_0 = \pi$ ，对应的狄拉克点的位置，如图 6.6(b)(d) 所示。当 $\phi_0 = 0$ 时，改变调制参数 δ_m/ω ，不会改变 Ω'_{23} 的正负号。当同时改变另外两个拉曼耦合强度的正负号时，参数 η/η_0 的符号不会改变，因此狄拉克点会一直在较低两个能带，如图 6.6 (b) 所示。然而，与 $\phi_0 = \pi/2$ 类似，当 $\phi_0 = \pi$ 时，参数 η/η_0 会随着调制参数 δ_m/ω 的改变而改变符号。那么狄拉克点的位置会从较低的两个能带转移到较高的两个能带，反之亦然，如图 6.6 (d) 所示。

6.3.4 讨论

原子沿着 z 轴方向的运动，退耦于 x-y 平面的运动。因此，尽管费米气体是 3 维的，射频光谱仅仅可以探测到 x-y 平面的能带色散。对于 2 维的（或者是锁定 z 方向的 3 维费米气体）费米气体，在狄拉克点处可以通过改变拉曼光的偏振来制造一个拓扑能隙。改变拉曼光的偏振，可以诱导产生一个拉曼耦合强度的虚部，这个虚部对应有效的垂直塞曼场。例如，在最近的实验中 [33]，利用改变拉曼光的偏振在拉曼耦合强度 Ω_{12} 中加入一个虚部 $i\Gamma$ 。在原始狄拉克点处产生一个能带间隙，这个能带间隙正比于 Γ 和两个能带的陈数 $= \pm \text{sgn}(\Gamma\Omega_{13}\Omega_{23})$ 。在加载调制的情况下，拉曼耦合强度 Ω_{12} 的实部和虚部会同时改变正负号，所以在加载调制前，如果 Ω_{12} 的符号与耦合强度

项，其对能带结构将有重要影响。

我们选择调制频率 $\omega = 2\pi/T = 2\pi \times 100\text{kHz} = 11.8E_r$ ，其值的大小远大于哈密顿量中其他能量的尺度。对于这样较高频率的驱动，系统可以被描述以下时间独立的有效哈密顿量 ($\hbar = 1$):

$$H_{xy}^{eff} = \begin{pmatrix} \frac{(k-q_1)^2}{2m} & -\frac{\Omega'_{12}}{2} & -\frac{\Omega'_{13}}{2} \\ -\frac{\Omega'_{12}}{2} & \frac{(k-q_2)^2}{2m} + \delta_{2(0)} & -\frac{\Omega'_{23}}{2} \\ -\frac{\Omega'_{13}}{2} & -\frac{\Omega'_{23}}{2} & \frac{(k-q_3)^2}{2m} + \delta_{3(0)} \end{pmatrix} \quad (6.2)$$

三个有效的拉曼耦合强度 Ω'_{jj} 可以表示为:

$$\begin{aligned}
\Omega'_{12} &= \Omega_{12} \times \frac{1}{T} \int_0^T e^{-i\delta_{m2} \sin(\omega t)/\omega} dt = \Omega_{12} J_0\left(\frac{\delta_{m2}}{\omega}\right) \\
\Omega'_{13} &= \Omega_{13} \times \frac{1}{T} \int_0^T e^{-i\delta_{m3} \sin(\omega t + \phi_0)/\omega} dt = \Omega_{13} J_0\left(\frac{\delta_{m3}}{\omega}\right) \\
\Omega'_{23} &= \Omega_{23} \times \frac{1}{T} \int_0^T e^{i\delta_{m2} \sin(\omega t)/\omega} e^{-i\delta_{m3} \sin(\omega t + \phi_0)/\omega} dt = \\
&\Omega_{23} \left[J_0\left(\frac{\delta_{m2}}{\omega}\right) J_0\left(\frac{\delta_{m3}}{\omega}\right) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_n\left(\frac{\delta_{m2}}{\omega}\right) \times J_n\left(\frac{\delta_{m3}}{\omega}\right) \cos(n\phi_0) \right] \quad (6.3)
\end{aligned}$$

其中 $J_0(x)$ 是第一类 n 阶的贝塞尔函数。我们可以注意到，三个有效的拉曼耦合强度均为实数，那么这样的话在周期性的调制下，狄拉克点是始终存在。在我们的实验中，我们只考虑两个失谐的调制幅度是相同的情况， $\delta_{m2} = \delta_{m3} = \delta_m$ 。在这种情况下，有效的拉曼耦合强度 Ω'_{23} 可以简化为：

$$\Omega'_{23} = \Omega_{23} \times \frac{1}{T} \int_0^T e^{-i\delta_m \cos(\omega t + \phi_0/2) \sin(\phi_0/2)/\omega} dt = J_0\left(\frac{2\delta_m}{\omega} \sin(\phi_0/2)\right) \quad (6.4)$$

尽管有效的拉曼耦合强度为实数，但是由于贝塞尔函数的性质，有效拉曼耦合强度 Ω'_{jj} 和 $\eta = \Omega'_{12}\Omega'_{13}\Omega'_{23}$ 的符号在调制下可能是相反的。这就会导致狄拉克点的位置可能会随着调制参数的变化在上两支能带或者下两支能带变换。

下面我们用两种方法来证明静态有效哈密顿量。

6.4.1 方法一

含时的哈密顿量可以表示为（我们使用 $E_r = \hbar^2 k_r^2 / 2m$ ， $\hbar k_r$ 作为能量和动量的单位）：

$$H = \begin{pmatrix} (k - q_1)^2 & -\frac{\Omega_{12}}{2} & -\frac{\Omega_{13}}{2} \\ -\frac{\Omega_{12}}{2} & (k - q_2)^2 + \delta_2(t) & -\frac{\Omega_{23}}{2} \\ -\frac{\Omega_{13}}{2} & -\frac{\Omega_{23}}{2} & (k - q_3)^2 + \delta_3(t) \end{pmatrix} \quad (6.5)$$

两个失谐的调制可以写为：

$$\delta_2 = \delta_{2(0)} + \delta_{m2} \cos(\omega t + \alpha), \quad (6.6)$$

$$\delta_3 = \delta_{3(0)} + \delta_{m3} \cos(\omega t + \alpha + \phi_0), \quad (6.7)$$

其中 α 调制的初始相位， ϕ_0 是两个调制的相对相位。

为了去掉时间，我们可以利用一个含时的么正变换：

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-i\frac{\delta m_2}{\omega}\sin(\omega t + \alpha)} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i\frac{\delta m_3}{\omega}\sin(\omega t + \alpha + \phi_0)} \end{pmatrix}, \quad (6.8)$$

波函数则可以有变换 $\tilde{\Psi} = U^{-1}\Psi$, 也就是:

$$\tilde{\Psi} = \begin{pmatrix} \tilde{\Psi}_1 \\ \tilde{\Psi}_2 \\ \tilde{\Psi}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ e^{i\frac{\delta m_2}{\omega}\sin(\omega t + \alpha)} \\ e^{i\frac{\delta m_3}{\omega}\sin(\omega t + \alpha + \phi_0)} \end{pmatrix}, \quad (6.9)$$

哈密顿量利用变换 $\tilde{H} = U^{-1}HU - iU^{-1}\frac{\partial U}{\partial t}$:

$$\tilde{H} = \begin{pmatrix} (k - q_1)^2 & -\frac{\Omega_{12}}{2} e^{-i\frac{\delta m_2}{\omega}\sin(\omega t + \alpha)} & -\frac{\Omega_{13}}{2} e^{-i\frac{\delta m_3}{\omega}\sin(\omega t + \alpha + \phi_0)} \\ -\frac{\Omega_{12}}{2} e^{-i\frac{\delta m_2}{\omega}\sin(\omega t + \alpha)} & (k - q_2)^2 + \delta_2(0) & -\frac{\Omega_{23}}{2} e^{i\frac{\delta m_2}{\omega}\sin(\omega t + \alpha)} e^{-i\frac{\delta m_3}{\omega}\sin(\omega t + \alpha + \phi_0)} \\ -\frac{\Omega_{13}}{2} e^{i\frac{\delta m_3}{\omega}\sin(\omega t + \alpha + \phi_0)} & -\frac{\Omega_{23}}{2} e^{-i\frac{\delta m_2}{\omega}\sin(\omega t + \alpha)} e^{i\frac{\delta m_3}{\omega}\sin(\omega t + \alpha + \phi_0)} & (k - q_3)^2 + \delta_3(0) \end{pmatrix}$$

有效的哈密顿量可以定义为在一段时间的 \tilde{H} 的平均:

$$H_{eff} = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \tilde{H}(t) dt \quad (6.10)$$

因为对角的不会改变, 而非对角的会被平均, 这样有效的拉曼耦合强度则为:

$$\Omega'_{12} = \Omega_{12} \times \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} e^{-i\frac{\delta m_2}{\omega}\sin(\omega t + \alpha)} dt = \frac{\Omega_{12}}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\frac{\delta m_2}{\omega}\sin(\tau + \alpha)} d\tau = \Omega_{12} J_0\left(\frac{\delta m_2}{\omega}\right) \quad (6.11)$$

$$\Omega'_{13} = \Omega_{13} \times \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} e^{-i\frac{\delta m_3}{\omega}\sin(\omega t + \alpha + \phi_0)} dt = \frac{\Omega_{13}}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\frac{\delta m_3}{\omega}\sin(\tau + \alpha + \phi_0)} d\tau = \Omega_{13} J_0\left(\frac{\delta m_3}{\omega}\right) \quad (6.12)$$

$$\Omega'_{23} = \Omega_{23} \times \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} e^{i\frac{\delta m_2}{\omega}\sin(\omega t + \alpha)} e^{-i\frac{\delta m_3}{\omega}\sin(\omega t + \alpha + \phi_0)} dt = \Omega_{23} \left[J_0\left(\frac{\delta m_2}{\omega}\right) J_0\left(\frac{\delta m_3}{\omega}\right) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_n\left(\frac{\delta m_2}{\omega}\right) \times J_n\left(\frac{\delta m_3}{\omega}\right) \cos(n\phi_0) \right] \quad (6.13)$$

如果 $\delta m_2 = \delta m_3$, 那么 Ω'_{23} 可以简化为:

$$\begin{aligned} \Omega'_{23} &= \Omega_{23} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{i\frac{\delta m}{\omega}[\sin(\tau + \alpha) - \sin(\tau + \alpha + \phi_0)]} d\tau = \frac{\Omega_{23}}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-i\frac{2\delta m}{\omega}\sin\frac{\phi_0}{2}\cos(\tau + \alpha + \frac{\phi_0}{2})} d\tau \\ &= \Omega_{23} J_0\left(\frac{2\delta m}{\omega} \sin\left(\frac{\phi_0}{2}\right)\right). \end{aligned} \quad (6.14)$$

特别的, 我们发现 (i) 当 $\phi_0 = 0$ 时, $\Omega'_{23} = \Omega_{23}$; (ii) 当 $\phi_0 = \pi/2$ 时, $\Omega'_{23} = \Omega_{23} J_0(\sqrt{2}\delta m/\omega)$; (iii) 当 $\phi_0 = \pi$ 时, $\Omega'_{23} = \Omega_{23} J_0(2\delta m/\omega)$ 。

6.4.2 方法二

我们也可以利用 Goldman-Dalibard 方法来获得有效的哈密顿量^[12,13]，方程是这样的：

$$H_{eff} = H_0 + \frac{1}{\omega} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j} [V^{(j)}, V^{(-j)}] + \frac{1}{2\omega^2} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j^2} \left([[V^{(j)}, H_0], V^{(-j)}] + [[V^{(j)}, H_0], V^{(-j)}] \right) + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\omega^3}\right) \quad (6.15)$$

这个方法对于高阶项会比较难处理。但是对于更高的频率限制，我们可以安全的保持初始的几项，然后找到近似的有效哈密顿量。

在上面式子中， H_0 是哈密顿量的含时部分，其中：

$$V^{(+1)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\delta_{m2}}{2} e^{i\alpha} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\delta_{m3}}{2} e^{i(\alpha+\phi_0)} \end{pmatrix},$$

$$V^{(-1)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\delta_{m2}}{2} e^{-i\alpha} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\delta_{m3}}{2} e^{-i(\alpha+\phi_0)} \end{pmatrix} \quad (6.16)$$

这两个式子分别为 δ_2 和 δ_3 周期驱动的正值频率和负值频率部分。实际上，我们可以消除一阶项，通过二阶项我们可以得出有效的拉曼耦合强度：

$$\Omega'_{12} = \Omega_{12} \left(1 - \frac{\delta_{m2}^2}{4\omega^2} + \dots \right) \quad (6.17)$$

$$\Omega'_{13} = \Omega_{13} \left(1 - \frac{\delta_{m3}^2}{4\omega^2} + \dots \right) \quad (6.18)$$

$$\Omega'_{23} = \Omega_{23} \left(1 - \frac{\delta_{m2}^2 + \delta_{m3}^2 - 2\delta_{m2}\delta_{m3}\cos\phi_0}{4\omega^2} + \dots \right) \quad (6.19)$$

如果 $\delta_{m2} = \delta_{m3}$ ，那么 $\Omega'_{23} = \Omega_{23} \left[1 - \frac{1}{4} \left(\frac{2\delta_m}{\omega} \sin \frac{\phi_0}{2} \right)^2 + \dots \right]$ ，运用贝塞尔函数的级数展开，我们可以很容易发现上面式子和我们第一种方法得到的结果是一致的。

在 t 时刻的反冲算符可以表示为：

$$K(t) = \frac{1}{i\omega} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{j} (V^{(j)} e^{ij\omega t} - V^{(-j)} e^{-ij\omega t}) \quad (6.20)$$

对于我们的系统，我们有：

$$K(t) \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\delta m_2}{\omega} \sin(\omega t + \alpha) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\delta m_3}{\omega} \sin(\omega t + \alpha + \phi_0) \end{pmatrix} \quad (6.21)$$

其为对角化的。因此，利用含时的算符对原始哈密顿量作用一个完整的周期可以得到：

$$U(t = t_0 + T, t_0) = e^{-iT H_{t_0}^F} e^{-iK(t=t_0+T)} e^{-i T H_{eff}} e^{iK(t_0)} \quad (6.22)$$

这里，有效的哈密顿量 H_{eff} 并不依赖于初始时间 t_0 。它的本征值决定了系统线性相位的演化。我们应该能够从 $H_{t_0}^F$ 分辨出有效哈密顿量，其中包含着微位移算符 $U_F(t) = e^{-iK(t)}$ 的信息。则我们可以很轻易的得出 $U_F(t)$ 是一个么正算符，我们在第一种方法中也得出了相同的结论。

6.4.3 在调制下狄拉克点螺旋对称性的演化

在狄拉克点附近，低能的有效哈密顿量可以写为：

$$H_{eff} = \varepsilon(\mathbf{p})\sigma_0 + (-\alpha_y p_y + h_x)\sigma_x + (\beta_y p_y - \beta_x p_x + h_z)\sigma_z \quad (6.23)$$

其中 α_y , h_x , β_y , β_x , h_z 是系统参数 Ω_{12} , Ω_{12} , Ω_{12} , δ_2 , δ_3 的函数。狄拉克点出现在 $p_y^D = h_x/\alpha_y$, $p_x^D = (\beta_y p_y^D + h_z)/\beta_x$ 。我们通过改变狄拉克点的参考，并且重新定义动量，我们可以简化上面的哈密顿量：

$$H_{eff} = \varepsilon(\mathbf{p})\sigma_0 + (-\alpha_y p_y)\sigma_x + (\beta_y p_y - \beta_x p_x)\sigma_z + \lambda \sigma_y \quad (6.24)$$

我们可以发现，狄拉克点的螺旋对称性由系数 α_y 和 β_x 来决定。因为 $\text{sgn}(\alpha_y \beta_x) = \text{sgn}(\Omega_{13} \Omega_{23})$ ，所以每当拉曼耦合强度 Ω_{13} 和 Ω_{23} 改变符号时，螺旋对称性会反转符号。

6.5 结论

我们利用自旋注入射频谱的方法在周期性驱动的超冷原子体系中观察到了 Floquet 能带结构的拓扑改变，包括边带。周期性驱动的二维自旋轨道耦合的费米气体，提供了一个完美的平台来研究和理解 Floquet 物理以及能带构造的新奇量子材料。同时，也为我们研究 Floquet 系统中多体和少体相互作用提供了帮助。

参考文献

- [1] Oka, T., & Aoki, H. Photovoltaic Hall effect in graphene, *Phys. Rev. B* 79, 081406(R) (2009).
- [2] Kitagawa, T., Berg, E., Rudner, M., & Demler, E. Topological characterization of periodically driven quantum systems. *Phys. Rev. B* 82, 235114 (2010).
- [3] Linder, N. H., Refael, G. & Galitski, V. Floquet topological insulator in semiconductor quantum wells. *Nat. Phys.* 7, 490 (2011).
- [4] Aidelsburger, M., Atala, M., Lohse, M., Barreiro, J. T., Paredes, B. & Bloch, I. Realization of the Hofstadter Hamiltonian with Ultracold Atoms in Optical Lattices. *Phys. Rev. Lett.* 111, 185301 (2013).
- [5] Miyake, H., Siviloglou, G. A., Kennedy, C. J., Burton, W. C. & Ketterle, W. Realizing the Harper Hamiltonian with Laser-Assisted Tunneling in Optical Lattices. *Phys. Rev. Lett.* 111, 185302 (2013).
- [6] Rechtsman, M. C., Zeuner, J. M., Plotnik, Y., Lumer, Y., Podolsky, D., Dreisow, F., Nolte, S., Segev, M. & Szameit, A. Photonic Floquet topological insulators. *Nature* 496, 196 (2013).
- [7] Wang, Y. H., Steinberg, H., Jarillo-Herrero, P. & Gedik, N. Observation of Floquet-Bloch States on the Surface of a Topological Insulator. *Science* 342, 453 (2013).
- [8] Eckardt, A. Atomic quantum gases in periodically driven optical lattices, arXiv:1606.08041
- [9] Jotzu, G., Messer, M., Desbuquois, R., Lebrat, M., Uehlinger, T., Greif, D. & Esslinger, T. Experimental realization of the topological Haldane model with ultracold fermions. *Nature* 515, 237 (2014).
- [10] Haldane, F. D. M., Model for a Quantum Hall Effect without Landau Levels: Condensed-Matter Realization of the “Parity Anomaly”. *Phys. Rev. Lett.* 61, 2015 (1988).
- [11] Aidelsburger, M., Lohse, M., Schweizer, C., Atala, M., Barreiro, J. T., Nascimbène, S., Cooper, N. R., Bloch, I., Goldman, N., Measuring the Chern number of Hofstadter bands with ultracold bosonic atoms. *Nature Physics* 11, 162 (2015).
- [12] Parker, C. V., Ha, L. C. & Chin, C. Direct observation of effective ferromagnetic domains of cold atoms in a shaken optical lattice. *Nat. Phys.* 9, 769 (2013).
- [13] Jiménez-García, K., LeBlanc, L. J., Williams, R. A., Beeler, M. C., Qu, C., Gong, M.,

- Zhang, C. & Spielman, I. B. Tunable Spin-Orbit Coupling via Strong Driving in Ultracold-Atom Systems. *Phys. Rev. Lett.* 114, 125301 (2015).
- [14] Khamehchi, M. A., Qu, C., Mossman, M. E., Zhang, C. & Engels, P. Spin-momentum coupled Bose-Einstein condensates with lattice band pseudospins. *Nat. Commun.* 7, 10867 (2016).
- [15] Kennedy, C. J. William Cody Burton, Woo Chang Chung & Wolfgang Ketterle, Observation of Bose-Einstein condensation in a strong synthetic magnetic field. *Nature Physics* 11, 859 (2015).
- [16] Tarruell, L., Greif, D., Uehlinger, T., Jotzu, G., Esslinger, T., Creating, moving and merging Dirac points with a Fermi gas in a tunable honeycomb lattice. *Nature* 483, 302-305 (2012).
- [17] Hasan, M. Z. & Kane, C. L. Colloquium: Topological insulators. *Rev. Mod. Phys.* 82, 3045 (2010).
- [18] Qi, X.-L. & Zhang, S.-C. Topological insulators and superconductors. *Rev. Mod. Phys.* 83, 1057 (2011).
- [19] Bychkov, Y. A. & Rashba, E. I. Oscillatory effects and the magnetic susceptibility of carriers in inversion layers. *J. Phys. C* 17, 6039 (1984).
- [20] Dresselhaus, G., Spin-orbit coupling effects in zinc blende structures. *Phys. Rev.* 100, 580 (1955).
- [21] Lin, Y.-J., Jiménez-García, K. & Spielman, I. B. Spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensates. *Nature* 471, 83-86 (2011).
- [22] Fu, Z., Wang, P., Chai, S., Huang, L. & Zhang, J. Bose-Einstein condensate in a light-induced vector gauge potential using the 1064 nm optical dipole trap lasers. *Phys. Rev. A* 84, 043609 (2011).
- [23] Zhang, J.-Y. et al. Collective dipole oscillations of a spin-orbit coupled Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.* 109, 115301 (2012).
- [24] Qu, C., Hamner, C., Gong, M., Zhang, C. & Engels, P. Observation of Zitterbewegung in a spin-orbit coupled Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. A* 88, 021604(R) (2013).
- [25] Olson, A. J., Wang, S. -J., Nienegger, R. J., Li, C. H., Greene, C. H. & Chen, Y. P. Tunable Landau-Zener transitions in a spin-orbit-coupled Bose-Einstein condensate. *Phys.*

Rev. A 90, 013616 (2014).

[26] Wang, P., Yu, Z., Fu, Z., Miao, J., Huang, L., Chai, S., Zhai, H. & Zhang, J. Spin-orbit coupled degenerate Fermi gases. Phys. Rev. Lett. 109, 095301 (2012).

[27] Cheuk, L. W. et al. Spin-injection spectroscopy of a spin-orbit coupled Fermi gas. Phys. Rev. Lett. 109, 095302 (2012).

[28] Williams, R. A., Beeler, M. C., LeBlanc, L. J. & Spielman I. B. Raman-induced interactions in a single-component Fermi gas near an s-wave Feshbach resonance. Phys. Rev. Lett. 111, 095301 (2013).

[29] Burdick, N. Q., Tang, Y. & Lev, B. L. Long-Lived Spin-Orbit-Coupled Degenerate Dipolar Fermi Gas. Phys. Rev. X 6, 031022 (2016).

[30] Song, B., He, C., Zhang, S., Hajiyevev, E., Huang, W., Liu, X.-J. & Jo, G.-B., Spin-orbit-coupled two-electron Fermi gases of ytterbium atoms. Phys. Rev. A 94, 061604(R) (2016).

[31] Huang, L., Meng, Z., Wang, P., Peng, P., Zhang, S.-L., Chen, L., Li, D., Zhou, Q. & Zhang, J. Experimental realization of a two-dimensional synthetic spin-orbit coupling in ultracold Fermi gases. Nat. Phys. 12, 540 (2016).

[32] Wu, Z., Zhang, L., Sun, W., Xu, X.-T., Wang, B.-Z., Ji, S.-C., Deng, Y., Chen, S., Liu, X.-J., Pan, J.-W., Realization of Two-Dimensional Spin-orbit Coupling for Bose-Einstein Condensates. Science 354, 83 (2016).

[33] Meng, Z., Huang, L., Peng, P., Li, D., Chen, L., Xu, Y., Zhang, C., Wang, P. & Zhang, J. Experimental observation of topological band gap opening in ultracold Fermi gases with two-dimensional spin-orbit coupling. Phys. Rev. Lett. 117, 235304 (2016).

[34] Note that the creation and annihilation of Dirac points have been recently observed in cold atom honeycomb lattices through indirect Landau-Zener type of transport measurement [16], where the full band dispersion cannot be probed.

[35] Goldman, N. & Dalibard, J. Periodically Driven Quantum Systems: Effective Hamiltonians and Engineered Gauge Fields. Phys. Rev. X 4, 031027 (2014).

[36] Eckardt, A. & Anisimovas, E. High-frequency approximation for periodically driven quantum systems from a Floquet-space perspective. New. J. Phys. 17, 093039 (2015).

[37] Bukov, M., D'Alessio, L. & Polkovnikov, A. Universal High-Frequency Behavior of Periodically Driven Systems: from Dynamical Stabilization to Floquet Engineering.

Advances in Physics, 64, 139 (2015).

[39] Dehghani, H., Oka, T. & Mitra, A. Dissipative Floquet topological systems. *Phys. Rev. B* 90, 195429 (2014).

[40] Farrell, A., Arsenault, A. & Pereg-Barnea, T. Dirac cones, Floquet side bands, and theory of time-resolved angle-resolved photoemission. *Phys. Rev. B* 94, 155304 (2016).

总结与展望

本文总结了我博士期间的学习研究成果，总结起来可以分为以下四个部分：

第一部分介绍了在超冷原子研究领域的一些最新进展，尤其是 Feshbach 共振以及自旋轨道耦合的最新研究成果。

第二部分介绍我们超冷波色费米混合气体的实验装置及冷原子的制备过程。具体介绍了：一级 MOT 对原子的装载；二级 MOT 对原子的蒸发冷却以及光阱装载；以及原子的吸收成像。

第三部分介绍了在自旋轨道耦合实验中两个重要相关性质：冷原子的寿命以及自旋轨道耦合的强度。这部分内容主要研究了不同相位噪声的激光对于冷原子寿命的影响。运用光学锁相环路将外腔半导体激光器耦合到钛宝石激光器，从而降低了外腔半导体激光器相位噪声。另一方面，探究了拉曼光的偏振对于自旋轨道耦合强度的影响。

第四部分为文章主体部分，主要介绍了三个方面的内容：1、利用调节外部磁场和光学偶极阱的阱深，在超冷费米气体中观察了自旋交换。同时我们还在谐振的光学阱中研究了自旋弛豫。最后，我们通过改变更多的实验参数（势阱的深度，不同的初始自旋混合态）来对自旋弛豫做了更细致的研究。2、主要介绍了利用磁场 Feshbach 共振生成闭通道分子，再利用光场将闭通道分子耦合到激发态分子态。用这种方法，光场会改变闭通道分子的能量，从而改变了磁场 Feshbach 共振点位置。我们的工作验证了对于 $m=0$ 组份的耦合参数和 $m=\pm 1$ 组份的耦合参数的比例在很大程度上是普适性的。另外我们还观察到了一些有趣的现象，比如可以通过调节光场的失谐来实现简并的 p 波以及将 s 波和 p 波的共振点相互重合。3、介绍了利用二维的自旋轨道耦合作为一个平台来研究 Floquet 能带的产生。我们利用自旋注入射频谱，通过周期性的调制两束拉曼激光的频率，我们可以操控有效 Floquet 哈密顿函数的拉曼耦合强度和特性，从而观察到了 Floquet 能带的拓扑学改变。通过周期性的调制作用，我们就可以改变 Floquet 能带的狄拉克点的位置。对于合适的调制参数，可以将狄拉克点从最初在较低两个缀饰能带调整到较高的两个缀饰能带上。此外，我们对 Floquet 边带做了细致的研究。

然而，在我们的自旋轨道耦合的实验中，由于耦合超精细能级的拉曼光为近共振的，因此会导致严重的自发辐射，从而使得原子数目减少，加热效应明显，严重影响自旋轨道耦合系统的可控性和稳定性。对于碱金属，我们不能通过改变激光的参数

(比如波长)来消除加热效应。因此,今后我们的一个重要的研究课题就是要找到一个合适的方案来降低原子的加热效应。目前,已经有很多小组尝试了多种方法(改变原子的种类、改变耦合的能态以及利用光晶格等方法)来降低加热效应,延长冷原子寿命。今后还会出现更多的实验方案来解决这一难题。

到目前为止,固体中以及冷原子系统中的自旋轨道耦合,自旋自由度为一阶的自旋矢量 $\mathbf{F}_i (i = x, y, z)$,比如电子的自旋为 $1/2$ 或者由原子的超精细态构成的赝自旋可以更大(例如, 1 或者 $3/2$)。实验上已经在 BEC 中实现了自旋为 1 的自旋轨道耦合,并且观察到了很多有趣的磁性物理现象。我们知道在数学上不仅仅存在自旋矢量,在一个自旋量子数 ≥ 1 系统中还存在自旋张量(例如,不可约的二阶四级张量 $N_{ij} = (\mathbf{F}_i \mathbf{F}_j + \mathbf{F}_j \mathbf{F}_i)/2 - \delta_{ij} F^2/3$)。德州大学的张传伟教授在理论上提出了一套在超冷原子气体中实现自旋张量动量耦合的实验方案。自旋张量动量耦合会显著改变能带结构,必然展现出大量有趣的多体相互作用的新物理现象。这套方案对于玻色子和费米子同样适用。科学家可以在实验上实现粒子的自旋张量以及线性动量的耦合吗?又会出现哪些新奇的物理现象?

博士研究生期间完成的学术论文

1. **Peng Peng**, Ren Zhang, Lianghai Huang, Donghao Li, Zengming Meng, Pengjun Wang, Hui Zhai, Peng Zhang, Jing Zhang. Universal Feature in Optical Control of a p-wave Feshbach Resonance. **Phys. Rev. A** 97, 012702 (2018).
2. Lianghai Huang, **Peng Peng**, Donghao Li, Zengming Meng, Liangchao Chen, Chunlei Qu, Pengjun Wang, Chuanwei Zhang, Jing Zhang. Observation of Floquet band topology change in driven ultracold Fermi gases. **arXiv:1704.00132** submit to Nature Communications
3. Zengming Meng, Lianghai Huang, **Peng Peng**, Donghao Li, Liangchao Chen, Yong Xu, Chuanwei Zhang, Pengjun Wang, Jing Zhang. Experimental observation of a topological band gap opening in ultracold Fermi gases with two-dimensional spin-orbit coupling. **Phys. Rev. Lett.** 117, 235304 (2016).
4. Lianghai Huang, Zengming Meng, Pengjun Wang, **Peng Peng**, Shao Liang Zhang, Liangchao Chen, Donghao Li, Qi Zhou & Jing Zhang. Experimental realization of a two-dimensional synthetic spin-orbit coupling in ultracold Fermi gases. **Nat. Phys.** 12, 540 (2016).
5. **Peng Peng**, Lianghai Huang, Donghao Li, Zengming Meng, Pengjun Wang, Jing Zhang. Experimental Observation of Spin-Exchange in Ultracold Fermi Gases. **Chin. Phys. Lett.** 35, 033401 (2018).
6. **Peng Peng**, Lianghai Huang, Donghao Li, Pengjun Wang, Zengming Meng, Jing Zhang. The influence on the lifetime of 87Rb BEC for the far detuning single frequency lasers with different phase noises. **Chin. Phys. Lett.** 35, 063201 (2018).
7. Lianghai Huang, Pengjun Wang, **Peng Peng**, Zengming Meng, Liangchao Chen, Peng Zhang, and Jing Zhang, Dissociation of Feshbach molecules via spin-orbit coupling in ultracold Fermi gases. **Phys. Rev. A**, 91, 041604(R) (2015).
8. Lianghai Huang, Pengjun Wang, B P Ruzic, Zhengkun Fu, Zengming Meng, **Peng Peng**, J L Bohn, and Jing Zhang, Radio-frequency spectrum of the Feshbach molecular state to deeply bound molecular states in ultracold 40K Fermi gases. *New J. Phys* 17, 033013 (2015).
9. Lianghai Huang, Pengjun Wang, Zengming Meng, **Peng Peng**, Liangchao Chen,

- Donghao Li, and Jing Zhang, Magnetic-Field Dependence of Raman Coupling Strength in Ultracold 40K Atomic Fermi Gas. **Chin. Phys. Lett.** 33, 033401 (2016).
10. 10. Zengming Meng, Lianghai Huang, **Peng Peng**, Liangchao Chen, Hao Fan, Pengjun Wang, Jing Zhang, Raman coupling in atomic Bose-Einstein condensed with phase-locked laser system. **Acta Physica Sinica** 64, 243202, (2015).

致谢

时光飞逝，转眼间在山西大学已经度过十个春夏秋冬。四年的本科学习以及六年的研究生学习，使我从一个懵懂少年，成长为一个即将毕业的博士研究生。这十年的学习生活给予我太多的磨炼与培养，使我能够快速成长。在这即将毕业之际，我要向所有曾给予我支持、鼓励和帮助的人表示我最诚挚的谢意。

首先，我要感谢我的导师张靖教授，是您把我带进了神奇的超冷原子世界，带我领略科学之美；是您严谨的科学态度和十年如一日的科学精神为我树立了榜样；是您开阔的视野和渊博的知识为我指明了事业前行的方向；是您的事必躬亲，攻克了实验上的一个又一个难题；是您的废寝忘食，推动了整个实验有条不紊的推进。从我的本科毕业设计到我的博士论文，都离不开恩师细心的指导与修改；我取得的每一点成绩都凝聚着恩师的汗水和心血。您的敦敦教诲，我将永远铭记于心，这将会是我受益一生的宝贵财富！

感谢国家重点实验室的所有老师。感谢彭堃堃院士以及谢常德教授，是您二老为国家重点实验室撑起了这片学术的蓝天。感谢光电所的张天才教授、郜江瑞教授、王海教授、张宽收教授、王军民教授、李永明教授以及光谱所的贾锁堂教授、马杰教授、肖连团教授、汪丽蓉教授、赵建民教授、陈刚教授、赵延霆教授、李昌勇教授等，你们是国家重点实验室的中流砥柱，正是你们对科研的奉献精神为国家重点实验室的发展做出了杰出贡献，成为我们每个学生的榜样。

感谢办公室、机加工车间、电子车间的各位老师与师傅们提供的支持与帮助，正是你们的付出，为我们实验顺利的进行提供了强有力的后盾。

感谢国家重点实验室的所有兄弟姐妹。感谢我们实验室的熊德志、王鹏军、于旭东、邸克、霍强、付正坤、柴世杰、程峰钰、黄良辉、孟增明、陈良超、李卫、王芳等师兄师姐以及樊浩、王亚琼、李东豪、靳元彬、任珂娜、文凯、杨广玉、师正莲、李子亮、边国旗、米成栋、王良伟、高翔等师弟师妹对我实验上和生活中支持与帮助。尤其感谢和我一个实验平台的付正坤、黄良辉、李东豪、边国旗，和你们相处时间是最多的，正是你们默契的配合与帮助，才使我取得如此大的进步。感谢与我同级的蔡春晓、武晋泽、霍美茹、刘文良、樊景涛、王宁、万振菊、靳丕猷、郑华丹、赵刚、李中豪等同学的一路陪伴与帮助。

感谢我的家人、我的父母以及所有亲戚朋友对我的支持与关怀，你们不仅给予我心灵上的慰藉，还为我的创造了良好的家庭氛围，让我心无旁骛的投身于实验。

在此，特别感谢我的妻子卫青，感谢你对我的鼓励与关怀，感谢你为家庭任劳任怨的付出。

最后，我要向百忙之中参与审阅、评议本论文的各位老师、向参与本人论文答辩的各位老师表示由衷的感谢！人生的每个阶段都值得好好珍惜，这段美好岁月，因为有你们的关心和帮助，我很幸运，在未来我会更加勤奋学习、认真研究，我相信这将是对你们最好的回报。最后，把最美好的祝福献给你们，愿永远健康、快乐！

彭鹏

二〇一八年五月

承诺书

本人郑重声明：所提交的学位论文，是在导师指导下独立完成的，学位论文的知识产权属于山西大学。如果今后以其他单位名义发表与在读期间学位论文相关的内容，将承担法律责任。除文中已经注明引用的文献资料外，本学位论文不包括任何其他个人或集体已经发表或撰写过的成果。

作者签名：彭鹏

20 年 月 日

学位论文使用授权声明

本人完全了解山西大学有关保留、使用学位论文的规定，即：学校有权保留并向国家有关机关或机构送交论文的复印件和电子文档，允许论文被查阅和借阅，可以采用影印、缩印或扫描等手段保存、汇编学位论文。同意山西大学可以用不同方式在不同媒体上发表、传播论文的全部或部分内容。

保密的学位论文在解密后遵守此协议。

作者签名：彭鹏

导师签名：张靖

2018年 5月 26日