

山西大学 2005 届博士研究生学位论文

PPKTP 晶体光学参量过程产生压缩光的理论和实验研究

指导教师: 张 明 教授

专 业: 光 学

研究方向: 量子光学

学院 (中心、所): 量子光学专业

学习时间: 2001 年 5 月—2005 年 1 月

二 零 零 五 年 五 月



Theoretical and Experimental Investigation on the generation of Squeezing light using Optical Parametric Process in PPKTP Crystal

BY

SUPERVISING PROFESSORS
KUN-CHI PENG
&
JING ZHANG

A THESIS SUBMITTED FOR THE DEGREE OF
DOCTOR OF PHILOSOPHY
OF THE SHANXI UNIVERSITY

THE INSTITUTE OF OPTO-ELECTRONICS
MAY, 2005

摘要

非经典光场自从在实验上实现以来，便得到了广泛的应用：亚散粒噪声的精密光学测量、量子非破坏测量、以及近年来蓬勃兴起的量子信息领域——如量子离物传态、量子密集编码、量子保密通讯等。在非经典光场的实验实现方面，利用光学参量过程被证明是一种有效的方法。随着近几年量子通讯领域原理性实验研究的相对成熟，实验系统的实用化问题摆到了人们的面前，其中整个装置的简单化、小型化是很关键的一点。近年来出现的准相位匹配技术，通过周期极化非线性晶体可以有效克服双折射相位匹配的晶体走离效应、较低非线性转换效率、以及相位匹配温度和匹配角受限制等缺点，同时可以在非线性晶体的整个透光范围内实现有效参量相互作用。目前，美国大学 MIT (Massachusetts Institute of Technology) 的实验小组已经利用周期性极化的 KTP 晶体进行了在分离变量通讯领域的一系列工作，但连续变量量子通讯方面尚未发现报道。我们的主要目的就是想利用准相位匹配技术开展连续变量量子通讯方面的研究工作。基于此，我们主要做了以下工作：首先，我们对激光器输出的经典噪声通过振幅调制技术进行了抑制，这样可以在低频范围使得激光光束的噪声更接近于散粒噪声基准；然后对周期性极化 KTP 晶体的参量过程进行了实验和理论研究：一是对产生正交振幅压缩光的理论和实验进行了研究，二是对实验中出现的类 EIT 现象进行了研究，具体内容如下：

1. 利用振幅调制器对全固体化单频 Nd:YVO₄1064nm 激光器输出激光光束的经典噪声进行抑制。主要比较了前馈回路抑制和反馈回路抑制两种模式，理论分析和实验结果均显示，两者都能对激光经典噪声有大幅度的降低，且频率越低、回路的噪声抑制越大，但前馈回路所需回路增益比反馈回路小的多，所以前馈回路要优于反馈回路。但振幅调制技术不能够对激光光束中的弛豫振荡噪声进行有效抑制。直接作用于激光器抽运源驱动电流的电反馈回路能够明显降低弛豫振荡噪声，但对弛豫振荡以外的频率区域抑制效果不好。我们组合了两种技术，从而在激光光束强度噪声频谱低频的 0~1MHz 范围内获得了大幅抑制，抑制后的经典噪声高于散粒噪声基准最多 10dB。

2. 利用周期性极化 KTP 晶体产生正交振幅压缩光。对准相位匹配技术在光学参量放大中和传统相位匹配技术的异同进行了理论分析，结果显示，准相位匹配技术能够得到有效的参量放大和缩小，也能够产生高压缩度的压缩态光场；对简并光学参量放大谐振腔产生压缩态光场的经典和量子特性进行了分析，并对所能够产生的正交分量真空压

缩态、正交振幅压缩态和正交相位压缩态进行了比较, 结果说明, 注入信号光功率很小的参量缩小过程产生的明亮正交振幅压缩光压缩度最大、且容易实现长期稳定运行。通过周期性极化 KTP 晶体的光学参量缩小谐振腔从实验上产生了明亮正交振幅压缩态光场, 实测到 2dB 的压缩度, 这在目前所见到的报道准相位匹配技术产生连续压缩态光场中, 是压缩度最大的。

3. 研究了光学参量放大谐振腔的类 EIT 现象。参量过程和 EIT 过程都可以表示为谐振子之间的耦合相互作用, 所不同之处是参量过程是二阶非线性耦合, 而 EIT 过程是一阶线性耦合。这样, 在参量过程中呈现出一些新的现象, 如注入信号光和抽运光相对相位的影响。我们对不同相对相位时调节谐振腔共振频率对透射场的影响以及注入信号光和抽运光频率失谐对透射场的影响进行了简单的理论分析和实验研究, 理论结果和实验结果一致: 谐振腔透射场呈现出了的双峰现象和类 EIT 现象。这是在参量过程中首次有关这一方面研究的实验报道。

在这些工作中, 属于创新性的工作有以下三点:

1、 通过振幅调制技术对 LD 抽运全固化单频环形 Nd:YVO₄ 红外激光器经典强度噪声在 0~1MHz 范围内获得了近 10dB 的抑制。

2、 用周期性极化KTP 晶体通过准相位匹配参量缩小过程产生了2dB的明亮正交振幅压缩态光场。

3、 实验上呈现了光学参量放大谐振腔透射场的类 EIT 现象。

关键词: 振幅调制器; 准相位匹配; 简并光学参量放大; 正交振幅压缩态; 耦合谐振子。

Abstract

Since non-classical state were generated in Lab. it has been used in the various fields: precise measurement below Shot Noise Limit, quantum nondemolition measurement, and quantum information-----quantum teleportation, quantum dense coding, and quantum secret communication, and so on. At present, optical parametric process is the best and the most developed technology generating the non-classical state in all methods. With the coming ends of principle experiments on quantum communication, it becomes important that the experimental set-ups were maked to be practical and simple. Quasi-phase matching(QPM) is a technology that were invented to meet phase matching condition in the parametric process and were rapidly developed in last a few years. Virtually any wavelengths in the transparency regions of nonlinear material can be realized in the parametric interaction if the material can be quasi-phase matched. In addition QPM gives the possibility to utilize the largest nonlinear tensor element of the material and allows walk-off free interactions between the waves. QPM has been used to generated entanglement source in quantum information with the discrete variables, but few experiments were reported in continuous variable field. The major reason is the low squeezed degree using QPM. Our destination is to do some research on the continuous variables entanglement. During my PhD period, the following work was completed: the intensity noise of all-solid-state laser was suppressed by the amplitude modulation technology using Electric-Optical Modulator, the amplitude quadrature squeezing was generated by optical parametric de-amplification in Periodically Poled KTP(PPKTP) crystal, and the similar EIT phenomenon in optical parametric process was investigated.

Following three parts will be presented in this thesis:

1 The intensity noises of all-solid-state laser are suppressed by electric-optical modulator loop. The theory of the feed-forward and feed-back loop are presented and we concluded that both loops can reduce classical noise greatly in the low-frequency ranges except for the resonant relaxation oscillation peak and the feed-forward loop needs less gain to get the largest suppression is better than the feed-back loop. In experiment, the intensity noises of single-frequency ring-cavity 1064nm Nd:YVO₄ laser are reduced about 15dB and the lower is the frequency, the larger is the suppression. The Laser Diode driven-current feed-back loop can effectively suppress the resonant relaxation oscillation noise. Combined the electric-optical modulator loop and Laser Diode feed-back loop, the suppressed noise are experimentally presented and the whole noise spectrum are close to the Shot Noise Limit

below 10dB.

2 The amplitude quadrature squeezing are generated by means of quasi-phase matching optical parametric de-amplification. Quasi-phase matching optical parametric amplification are theoretically analyzed by periodically poled material of the first order and showed that the amplification and de-amplification can be obtained like the phase matching. The theory of the generation of squeezed state was presented by the degenerate optical parametric amplifiable cavity in the linearised formalism. The effect of the pump parameter, the injected fundamental-frequency power, and the detecting frequency on the squeezed degree are showed in detail. Three kinds of squeezed state: vacuum squeezed state, quadrature-amplitude squeezed state and quadrature-phase squeezed state are compared and conclusion is that the bright quadrature-amplitude squeezed state is the best choice to the maximum noise reduction. The quadrature-amplitude squeezed state are experimentally generated by optical parametric de-amplification in periodically poled KTP and the 2dB noise reduction is observed.

3 Electromagnetically-Induced- Transparency-Like Effect of Nonlinear Coupled Quantum Oscillators in the Optical Parametric Process are presented theoretically and experimetically with two nonlinear coupled light fields. The coupled oscillators model can showed the electromagnetically-induced transparency phenomenon and optical parametric process. the differences between them are: the former corresponding to one-order coupling and the later corresponding to the second-order one. Both the effects on the transmission field were presented theoretically and experimentally: adjusting the cavity resonant frequency with different relative phase between the pump and signal field and adjusting the detuning between them. The former showed the doublet and the later showed the electromagnetically-induced transparency-like phenomenon.

The completed creative works as follows:

1 The classical intensity noise is suppressed 10dB by the feed-forward electric optical modulator loop on single-frequency ring-cavity 1064nm Nd:YVO₄ laser.

2 2dB quadrature-amplitude squeezed light were obtained by a continuous-wave quasi-phase matching optical parametric de-amplifier in periodically poled KTP.

3 Electromagnetically-induced-transparency-like phenomenons are presented by optical parametric amplifier theoretically and experimentally.

Key Words: Electric-optical modulator; quasi-phase-matching; degenerate optical parametric amplifier; Amplitude quadrature squeezed light field; coupled oscillator.

目 录

摘 要	I
Abstract	III
第一章 绪论.....	1
参考文献	3
第二章 全固化单频激光器强度噪声的抑制.....	4
2.1 引言.....	4
2.2 理论分析.....	4
2.2.1 前馈理论.....	4
2.2.2 反馈理论.....	9
2.2.3 前馈和反馈的比较.....	11
2.3 实验部分.....	13
2.3.1 激光器.....	13
2.3.2 强度噪声抑制实验装置.....	18
2.3.3 实验结果和分析.....	19
2.3.4 LD 电流反馈和振幅调制组合抑制强度噪声.....	21
2.4 小结.....	23
参考文献	24
第三章 PPKTP 晶体参量过程产生压缩光的理论和实验研究.....	26
3.1 引言.....	26
3.2 准相位匹配.....	26
3.2.1 简介.....	27
3.2.2 光学参量放大过程.....	29
3.2.3 一阶准相位匹配参量过程的理论模型.....	35
3.3 参量过程的理论分析.....	37
3.3.1 理论模型.....	37



3.3.2 经典特性.....	41
3.3.3 DOPA 的量子特性.....	46
3.3.4 改变相对相位时 DOPA 的输出.....	53
3.3.5 实验参数和理论参数的关系.....	54
3.3.6 压缩态的探测.....	56
3.4 实验装置.....	59
3.4.1 激光器.....	59
3.4.2 光学参量谐振腔.....	60
3.4.3 调制边带锁定谐振腔.....	62
3.4.4 探测装置.....	64
3.5 实验结果和分析.....	65
3.5.1 实验装置总图.....	65
3.5.2 正交振幅压缩结果.....	66
3.6 小结.....	68
参考文献	70
第四章 参量过程中的类 EIT 现象.....	74
4.1 引言.....	74
4.2 理论部分.....	74
4.2.1 简并参量过程调节谐振腔腔长的影响.....	74
4.2.2 信号场和抽运场频率失谐的影响.....	76
4.3 实验部分.....	77
4.3.1 简并参量过程调节谐振腔腔长.....	79
4.3.2 调节信号场和抽运场频率失谐.....	80
4.4 小结.....	81
参考文献	82
第五章 总结.....	83
附录 a.....	85

附录 b.....	87
博士期间发表的期刊论文.....	
致谢.....	
声明.....	
关于学位论文使用授权的说明.....	

Contents

Abstract(In Chinese)	I
Abstract	III
1 Overview	1
References	3
2 Suppression of the Intensity Noise of All-Solid-State Single-Frequency Laser	4
2.1 Introduction.....	4
2.2 Theory.....	4
2.2.1 Feed-forward Loop.....	4
2.2.2 Feedback Loop.....	9
2.2.3 Comparison of Feed-forward Loop and Feedback Loop.....	11
2.3 Experiment.....	13
2.3.1 The Laser.....	13
2.3.2 The Experimental Set-up of Suppression on Noise.....	18
2.3.3 The Results.....	19
2.3.4 Combination of LD Current Feedback and EOM Feed-forward loop.	21
2.4 Conclusion.....	23
References	24
3 Generation of squeezed fields using PPKTP crystal	26
3.1 Introduction.....	26
3.2 Quasi-Phase Matching.....	26
3.2.1 Introduction.....	27
3.2.2 Optical parametric amplification.....	28
3.2.3 Quasi-Phase Matched parametric process.....	35
3.3 The theory of optical parametric amplification.....	37
3.3.1 The model of the theory.....	37

3.3.2	Classical characteristic.....	41
3.3.3	Quantum characteristic.....	46
3.3.4	The effect of the relative phase.....	53
3.3.5	Relations between experimental and theoretical parameters.....	54
3.3.6	Detection of the squeezed state.....	56
3.4	Experiment parts.....	59
3.4.1	The laser.....	59
3.4.2	Optical parametric oscillation cavity.....	60
3.4.3	Locking of cavity.....	62
3.4.4	The detecting systems.....	64
3.5	Results.....	65
3.5.1	Experimental set-up.....	65
3.5.2	Quadrature-amplitude squeezing.....	66
3.6	Conclusion.....	68
	References.....	70
4	The similar EIT phenomenon in parametric process.....	74
4.1	Introduction.....	74
4.2	Theory.....	74
4.2.1	The effect of adjusting the length of cavity.....	74
4.2.2	The effect of frequency distuning between signal and pump fields.....	76
4.3	Experiment.....	77
4.3.1	Adjusting the length of cavity.....	79
4.3.2	Adjusting the frequency distuning.....	80
4.4	Conclusion.....	81
	References.....	82
5	Summary.....	83
	Appendix a.....	85
	Appendix b.....	87

Publications.....

Acknowledgements.....

Declaration.....

第一章、绪论

压缩态是一类重要的非经典态。光场的压缩态呈现给了人们宏观的量子现象。

根据量子力学的测不准原理,光场的正交振幅算符的起伏方差和正交位相算符的起伏方差必须满足如下关系:

$$\langle \Delta^2 X_1 \rangle \langle \Delta^2 X_2 \rangle \geq 1 \quad (1.1)$$

当上式取等号时,相应于最小测不准态,一般的经典态相应于上式的大于号。理想的相干态相应于 $\langle \Delta^2 X_1 \rangle = \langle \Delta^2 X_2 \rangle = 1$, 远高于阈值运转的单频激光器的输出态接近于理想的相干态。

对于 $\langle \Delta^2 X_1 \rangle < 1$ 的情况,我们称之为正交振幅压缩态;对于 $\langle \Delta^2 X_2 \rangle < 1$ 的情况,我们称之为正交位相压缩态。更一般地讲,只要一系统某一物理量的起伏方差小于相应的散粒噪声基准,我们就称之为该系统该物理量的压缩态。

美国贝尔实验室的 Slusher 于 1985 年率先在钠蒸汽中观测到压缩态信号^[1.1]; 1986 年,美国 Kimble 小组通过参量过程产生了光场的单模真空压缩态^[1.2]; 1987 年,法国的 C.Fabre 小组通过光学参量过程产生了强度差压缩态^[1.3]; 1996 年,德国 S.Schiller 小组通过简并光学参量放大装置产生了单模明亮压缩态光场^[1.4]; 此外,澳大利亚国立大学^[1.5]、山西大学光电研究所^[1.6,1.7]等多家科研院所^[1.8,1.9]都先后实验实现了单模或双模光场压缩态的产生。

压缩态在量子信息^[1.10,1.11,1.12]、引力波探测^[1.13]、低于散粒噪声极限信号测量^[1.14]等方面有广泛的应用前景,这样就要求人们对产生压缩态装置的长期稳定性、装置的简化以及压缩度的提高等方面进行更加深入细致的研究。近年来,随着具有较高稳定性和较长寿命的半导体激光器和 LD 泵浦全固化单频激光器的逐步成熟和商品化,光学镜片和晶体镀膜技术的提高,高质量非线性晶体的研制成功,人们高效地获得稳定和具有较大压缩度的压缩态光场^[1.15]成为了可能。

在压缩态光场的产生中,非线性晶体扮演着关键的角色。近年来出现的准相位匹配晶体^[1.16],通过非线性光学系数的周期变化,弥补色散引起的相位差,实现相互作用波长的准相位匹配,避免了常规相位匹配晶体的匹配条件限制,使

得人们可以利用晶体的最大非线性系数从而降低参量振荡的抽运功率,同时可以实现以往利用常规双折射晶体难以匹配的波长处光场的压缩,比如现在光通讯主要使用的 $1.31\sim 1.55\mu\text{m}$ 波段。

目前,用周期性极化晶体通过准相位匹配产生非经典态光场已有一些报道:美国大学 MIT (Massachusetts Institute of Technology) 的实验小组利用 PPKTP 晶体产生了偏振纠缠源,并且在分离变量量子通讯方面做了一系列工作^[1.17.1.18];在连续光方面,在 2001 年,周期性极化 LiNbO_3 晶体构成的三共振光学参量振荡器获得了 1.5dB 的反射抽运场压缩^[1.19],国内报道了 1.1 dB 的压缩^[1.20],2002 年,周期性极化 LiNbO_3 晶体单共振二次谐波过程产生了近 0.6dB 的谐波压缩^[1.21],同年,周期性极化 KTiOPO_4 晶体单共振二次谐波过程也产生了近 0.6dB 的谐波压缩^[1.22],但在连续光方面目前报道的压缩度都不高。

在本论文中,首先对利用振幅调制器构成前馈和反馈回路抑制全固化单频环形 Nd:YVO_4 1064nm 红外激光器的强度噪声进行了理论和实验研究,然后介绍了准相位匹配简并光学参量放大的原理和理论分析,以及简并光学放大谐振腔产生正交分量压缩态的理论,接着介绍了利用周期性极化磷酸钛氧钾(PPKTP)晶体,通过连续(cw)光学参量放大器,产生 2dB1064nm 注入红外光的正交振幅压缩实验。最后介绍了我们刚完成的利用光学参量过程对二阶谐振子相互作用耦合类 EIT 现象的理论和实验研究。

参考文献

- 1.1 R. E. Slusher, L. W. Hollberg *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **55**, 2409, 1985。
- 1.2 Ling-An Wu, H. J. Kimble, J. L. Hall *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **57**, 2520, 1986。
- 1.3 K.Schneider, R.Bruckmeier, H,Hansen *et al.*, *Opt.Lett.*, **21**, 1996。
- 1.4 A.Heidmann, R.J.Horocwicz, S.Reynaud *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **59**, 2555, 1987。
- 1.5 P.K.Lam,T.C.Ralph,B.C.Buchler *et al.*, *J.Opt.B: Quantum Semiclass. Opt.*, **1**, 469, 1999。
- 1.6 Hai Wang, Yun Zhang, Qing Pan *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **82**, 1414,1999。
- 1.7 Kunchi Peng, Qing Pan, Hai Wang *et al.*, *Appl. Phys. B*, **66**(6), 755, 1998。
- 1.8 Sheng Feng and Olivier Pfister, *J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt.*, **5**, 262, 2003。
- 1.9 Andersen U L and Buchhave P, *Opt. Express*, **10**, 887, 2002。
- 1.10 A.Furusawa, J.L.Sorensen, S.L.Braunstein, *et al.*, *Science* **282**, 706, 1998。
- 1.11 Jietai Jing, J.Zhang, Y.Yan, *et al.*, *Phys.Rev.Lett.* **90**, 167903, 2003。
- 1.12 Takao Aoki, Nobuyuki Takei, Hidehiro Yonezawa, *et al.*, *Phys.Rev.Lett.* **91**, 080404, 2003。
- 1.13 D.F.Walls and G.J.Milburn, 《Quantum Optics》, Springer-Verlag, 1 edition, 1994。
- 1.15 K. Schneider, M.Lang, J.Mlynek *et al.*, *Opt. Express.*, **2**, 50, 1998。
- 1.16 M. M. Fejer, A. Magel, D. H. Jundt, R. L. Byer, *IEEE J.Quantum Electron*, **28**, 2631, 1992。
- 1.17 M.Fiorentino,C.E.Kuklewicz,and F.N.C.Wong, *Opt. Express*, **13**, 127,2005。
- 1.18 F. König,E.J.Mason,F.N.C.Wong, *et al.Phys. Rev. A*, **71**, 033805, 2005。
- 1.19 Zhang K S,Coudreau T.Martinelli M *et al. Phys.Rev.A*, **64**, 033815, 2001。
- 1.20 李永民、樊巧云、张宽收等,《物理学报》, **50**, 1492,2001。
- 1.21 Lawrence M J,Byer R L,Fejer M M, *et al. J.Opt.Soc.Am.B*, **19**, 1592, 2002。
- 1.22 Andersen U L and Buchhave P, *Opt. Express*, **10**, 887, 2002。

第二章、全固化单频激光器强度噪声的抑制

2.1 引言

随着现代通信的发展，对信息传输中信噪比的要求越来越高，因而人们想尽各种办法来降低激光光束的经典噪声。全固化单频激光器以其结构紧凑、电光转换效率高、使用寿命长、运转稳定、光束质量好、强度噪声低等优点，广泛应用于高灵敏度干涉仪、高精度光谱、光通信、量子光学和非线性光学研究等领域。

近几年人们对 LD 抽运环形单频激光器的强度噪声进行了大量的理论和实验研究。理论分析表明，LD 抽运全固化环行单频激光器的强度噪声，在几千赫兹到几兆赫兹频率之间，远高于散粒噪声基准，且存在着强的弛豫振荡^[2.1.2.2.2.3]。实验上，已实现了采用注入锁定^[2.4.2.5]、光电反馈^[2.6.2.7.2.8]、模清洁剂^[2.9.2.10]等技术对激光强度噪声进行抑制。N. A. Robertson 等人^[2.11]首先利用振幅调制器抑制氩离子激光器的强度噪声。随后 Matthew S. Taubman 等人^[2.12]采用全量子理论进一步分析了振幅调制器进行强度反馈的特性。在我们以前工作^[2.8]的基础上，本章主要介绍了采用振幅调制器光电前馈和反馈对 LD 抽运全固化单频环形 Nd:YVO₄ 红外激光器强度噪声进行抑制的理论和实验研究。

2.2 理论分析

在这一节，首先对所采用振幅调制器抑制经典强度噪声的前馈和反馈回路进行理论分析，然后从理论结果对它们做一比较。

2.2.1、前馈理论

前馈装置原理如图 Fig. 2.1 所示。假定分束器 (Beam Splitter) 的功率透射率为 ε ，损耗可忽略，其反射光束由量子效率为 η 的探测器探测，该探测器和功率放大器等电路元件一起构成前馈回路。输入光场的湮灭算符 \hat{A}_m 可线性化表示为^[2.15]：

$$\hat{A}_m(t) = \bar{A}_m + \delta\hat{A}_m(t) \quad (2.1)$$

其中， \bar{A}_m 表示光场湮灭算符 \hat{A}_m 对应的经典平均值， $\delta\hat{A}_m$ 是包含了光场所有经典噪声和量子噪声的起伏算符，其平均值为零。经过偏振分光棱镜后，透射和反射光场的

湮灭算符分别可以表示为^[2,15]:

$$\hat{A}_{trans}(t) = \sqrt{\varepsilon}(\bar{A}_m + \delta\hat{A}_m(t)) + \sqrt{1-\varepsilon}\delta\hat{v} \quad (2.2)$$

$$\hat{A}_{ref}(t) = \sqrt{1-\varepsilon}(\bar{A}_m + \delta\hat{A}_m(t)) - \sqrt{\varepsilon}\delta\hat{v} \quad (2.3)$$

其中, $\delta\hat{v}$ 表示由分束器不用端口所引入的真空起伏。图 2.1 中插图所示为探测器的理论模型: 探测器被等效为功率透射率为 η 的分束器(由偏振分光棱镜和半波片组成)

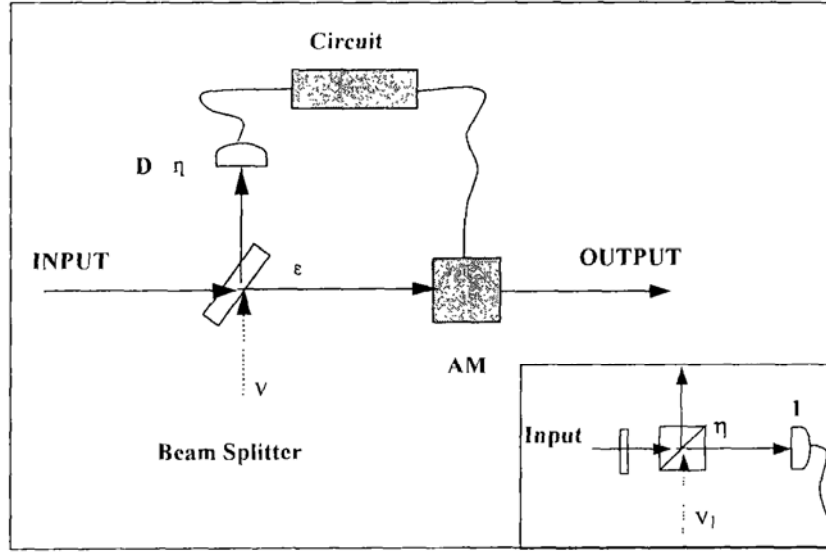


Fig. 2.1 前馈原理图. 插图: 探测器的理论模型

和量子效率为 1 的理想探测器的组合。利用这一模型, 进入理想探测器的光场湮灭算符可以表示为

$$\begin{aligned} \hat{A}_{D-forward}(t) &= \sqrt{\eta}\hat{A}_{ref} + \sqrt{1-\eta}\delta\hat{v}_1 \\ &= \sqrt{\eta}(\sqrt{1-\varepsilon}(\bar{A}_m + \delta\hat{A}_m(t)) - \sqrt{\varepsilon}\delta\hat{v}) + \sqrt{1-\eta}\delta\hat{v}_1 \end{aligned} \quad (2.4)$$

$\delta\hat{v}_1$ 表示由实际探测器引入的真空起伏。(2.4) 式线性化后, 平均值部分表示为

$\bar{A}_{D-forward} = \sqrt{\eta(1-\varepsilon)}\bar{A}_m$, 起伏部分表示为:

$$\delta\hat{A}_{D-forward}(t) = \sqrt{\eta}(\sqrt{1-\varepsilon}\delta\hat{A}_m(t) - \sqrt{\varepsilon}\delta\hat{v}) + \sqrt{1-\eta}\delta\hat{v}_1 \quad (2.5)$$

探测器对光场的响应为强度的响应, 所以经光电探测后产生的光电流可以表示为:

$$I_{D-forward}(t) = \sigma \hat{A}_{D-forward}^\dagger(t) \hat{A}_{D-forward}(t) \quad (2.6)$$

其中, σ 表示一常数, 和探测器的带宽等有关。我们主要是考虑对光场经典噪声的影响, 实验中用到的是光电流的交流部分, 所以线性化(2.6)式得到

$$I_{D-forward}(t) = \sigma \bar{A}_{D-forward}^* \delta \hat{A}_{D-forward}(t) + \sigma \bar{A}_{D-forward} \delta \hat{A}_{D-forward}^+(t) \quad (2.7)$$

利用 $\bar{A}_{D-forward}^* = \bar{A}_{D-forward}$ 且为一实数, 以及正交振幅算符的关系式 $\delta \hat{X}(t) = \delta \hat{a}(t) + \delta \hat{a}^+(t)$, 上式可以表示为:

$$\begin{aligned} \delta I_{D-forward}(t) &= \sigma \bar{A}_{D-forward} \delta \hat{X}_{D-forward}(t) \\ &= \sqrt{\eta} \left(\sqrt{1-\varepsilon} \delta \hat{X}_m(t) - \sqrt{\varepsilon} \delta \hat{X}_v \right) + \sqrt{1-\eta} \delta \hat{X}_{v1} \end{aligned} \quad (2.8)$$

其中, $\delta \hat{X}_m = \delta \hat{A}_m + \delta \hat{A}_m^+$ 、 $\delta \hat{X}_v = \delta \hat{v} + \delta \hat{v}^+$ 、 $\delta \hat{X}_{v1} = \delta \hat{v}_1 + \delta \hat{v}_1^+$ 分别表示输入场的正交振幅起伏、由偏振分光棱镜引入的真空噪声起伏、以及探测器引入的真空噪声起伏。

回路的考虑必然涉及到过去的信息, 表示回路的函数 θ 可以用一卷积分来表示^[2.14]:

$$\theta(t) = \int_0^{\infty} k(s) I(t-s) ds \quad (2.9)$$

其中, $k(s)$ 为描述反馈回路的特征函数, $I(t-s)$ 表示探测器所产生光电流的表达式。线性化 θ 后, 我们得到:

$$\delta \theta(t) = \int_0^{\infty} k(s) \delta I(t-s) ds \quad (2.10)$$

这样, 利用前面的表达式, 前馈回路所产生的平均值为 0 的小起伏项 $\delta \hat{r}(t)$ 可以表示为:

$$\begin{aligned} \delta \hat{r}(t) &= - \int_0^{\infty} k(s) \sigma \bar{A}_m \sqrt{\eta(1-\varepsilon)} \\ &\quad \left[\sqrt{\eta} \left(\sqrt{1-\varepsilon} \delta \hat{X}_m(t-s) - \sqrt{\varepsilon} \delta \hat{X}_v(t-s) \right) + \sqrt{1-\eta} \delta \hat{X}_{v1}(t-s) \right] ds \end{aligned} \quad (2.11)$$

负号表示前馈为负前馈——从而起到抑制噪声的作用。

经过振幅调制器后, 光场的湮灭算符表示为:

$$\hat{A}_{out}(t) = \hat{A}_{trans}(t) + \delta \hat{r}(t) = \sqrt{\varepsilon} \left(\bar{A}_m + \delta \hat{A}_m(t) \right) + \sqrt{1-\varepsilon} \delta \hat{v} + \delta \hat{r}(t) \quad (2.12)$$

线性化后得到:

$$\delta \hat{A}_{om}(t) = \sqrt{\varepsilon} \delta \hat{A}_m(t) + \sqrt{1-\varepsilon} \delta \hat{v} + \delta \hat{r}(t) \quad (2.13)$$

我们最后对噪声的测量是在频域进行的，上式经 Fourier 变换后，可得到：

$$\delta \hat{A}_{om}(\omega) = \sqrt{\varepsilon} \delta \hat{A}_m(\omega) + \sqrt{1-\varepsilon} \delta \hat{v} + \delta \hat{r}(\omega) \quad (2.14)$$

相应的正交振幅起伏算符式为：

$$\delta \hat{X}_{om}(\omega) = \sqrt{\varepsilon} \delta \hat{X}_m(\omega) + \sqrt{1-\varepsilon} \delta \hat{X}_v + \delta \hat{X}_r(\omega) \quad (2.15)$$

其中， $\delta \hat{X}_r(t) = \delta \hat{r}(t) + \delta \hat{r}^*(t)$ ，利用 (2.11) 式有 $\delta \hat{r}^*(t) = \delta \hat{r}(t)$ ，于是得到：

$$\begin{aligned} \delta \hat{X}_r(t) = & -2 \int_0^t k(s) \sigma \bar{A}_m \sqrt{\eta(1-\varepsilon)} \\ & \left[\sqrt{\eta} \left(\sqrt{1-\varepsilon} \delta \hat{X}_m(t-s) - \sqrt{\varepsilon} \delta \hat{X}_v(t-s) \right) + \sqrt{1-\eta} \delta \hat{X}_{v1}(t-s) \right] ds \end{aligned} \quad (2.16)$$

Fourier 变换后， $\delta X_r(\omega)$ 表示为：

$$\begin{aligned} \delta \hat{X}_r(\omega) = & -2\sigma k(\omega) \bar{A}_m \sqrt{\eta(1-\varepsilon)} \\ & \left[\sqrt{\eta} \left(\sqrt{1-\varepsilon} \delta \hat{X}_m(\omega) - \sqrt{\varepsilon} \delta \hat{X}_v(\omega) \right) + \sqrt{1-\eta} \delta \hat{X}_{v1}(\omega) \right] \end{aligned} \quad (2.17)$$

整理得：

$$\begin{aligned} \delta X_r(\omega) = & -2\sigma k(\omega) \bar{A}_m \eta(1-\varepsilon) \\ & \left(\delta \hat{X}_m(\omega) - \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{1-\varepsilon}} \delta \hat{X}_v(\omega) + \frac{\sqrt{1-\eta}}{\sqrt{\eta(1-\varepsilon)}} \delta \hat{X}_{v1}(\omega) \right) \end{aligned} \quad (2.18)$$

定义参数回路增益参数 $h(\omega) = 2\sigma k(\omega) \bar{A}_m \eta(1-\varepsilon)$ ，将上式代入 (2.15) 式得到：

$$\begin{aligned} \delta \hat{X}_{om}(\omega) = & \sqrt{\varepsilon} \delta \hat{X}_m(\omega) + \sqrt{1-\varepsilon} \delta \hat{X}_v(\omega) \\ & -h(\omega) \left(\delta \hat{X}_m(\omega) - \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{1-\varepsilon}} \delta \hat{X}_v(\omega) + \frac{\sqrt{1-\eta}}{\sqrt{\eta(1-\varepsilon)}} \delta \hat{X}_{v1}(\omega) \right) \end{aligned} \quad (2.19)$$

整理得：

$$\begin{aligned} \delta \hat{X}_{om}(\omega) = & \left(\sqrt{\varepsilon} - h(\omega) \right) \delta \hat{X}_m(\omega) + \left(\sqrt{1-\varepsilon} + h(\omega) \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{1-\varepsilon}} \right) \delta \hat{X}_v(\omega) \\ & -h(\omega) \frac{\sqrt{1-\eta}}{\sqrt{\eta(1-\varepsilon)}} \delta \hat{X}_{v1}(\omega) \end{aligned} \quad (2.20)$$

光场在特定频率 ω 处的噪声功率可以用正交振幅算符表示为：

$$V(\omega) = \langle \delta \hat{X}^+(\omega) \delta \hat{X}(\omega) \rangle = \langle |\delta \hat{X}(\omega)|^2 \rangle \quad (2.21)$$

这样我们得到输出场的噪声谱为：

$$V_{out}(\omega) = \left| \sqrt{\varepsilon} - h(\omega) \right|^2 V_m(\omega) + \left| \sqrt{1-\varepsilon} + h(\omega) \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{1-\varepsilon}} \right|^2 V_v + \left| h(\omega) \frac{\sqrt{1-\eta}}{\sqrt{\eta(1-\varepsilon)}} \right|^2 V_{v1} \quad (2.22)$$

对于真空噪声有 $V_v = V_{v1} = 1$ ，所以前馈回路输出光强度噪声谱的表达式为：

$$V_{out}(\omega) = \left| \sqrt{\varepsilon} - h(\omega) \right|^2 V_m(\omega) + \left| \sqrt{1-\varepsilon} + h(\omega) \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{1-\varepsilon}} \right|^2 + \left| h(\omega) \frac{\sqrt{1-\eta}}{\sqrt{\eta(1-\varepsilon)}} \right|^2 \quad (2.23)$$

可见，输出场的强度噪声主要由分束器的透射率 ε 、反馈回路的开回路增益 $h(\omega)$ 、以及输入场的强度噪声 $V_m(\omega)$ 决定。为了最佳化回路的运行，得到最大的强度噪声抑制，需要选择合适的回路增益 $h(\omega)$ 。上述方程对 $h(\omega)$ 求微分，得到：

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_{out}(\omega)}{h(\omega)} &= -2 \left| \sqrt{\varepsilon} - h(\omega) \right| V_m(\omega) \\ &+ 2 \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{1-\varepsilon}} \left| \sqrt{1-\varepsilon} + h(\omega) \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{1-\varepsilon}} \right| + 2 \frac{\sqrt{1-\eta}}{\sqrt{\eta(1-\varepsilon)}} \left| h(\omega) \frac{\sqrt{1-\eta}}{\sqrt{\eta(1-\varepsilon)}} \right| \end{aligned} \quad (2.24)$$

整理后有：

$$\frac{\partial V_{out}(\omega)}{h(\omega)} = -2 \left| \sqrt{\varepsilon} - h(\omega) \right| V_m(\omega) + 2 \left| \sqrt{\varepsilon} + h(\omega) \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \right| + 2 \frac{1-\eta}{\eta(1-\varepsilon)} \left| h(\omega) \right| = 0 \quad (2.25)$$

假定各项系数皆为正，得到：

$$\left(\sqrt{\varepsilon} - h(\omega) \right) V_m(\omega) - \left(\sqrt{\varepsilon} + h(\omega) \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \right) - \frac{1-\eta}{\eta(1-\varepsilon)} h(\omega) = 0 \quad (2.26)$$

求解后我们得到：

$$h_{\text{optimal}}^{\text{forward}}(\omega) = \frac{\sqrt{\varepsilon} \eta (1-\varepsilon) (V_m(\omega) - 1)}{1 + \eta (1-\varepsilon) (V_m(\omega) - 1)} \quad (2.27)$$

此时，输出场的噪声谱为：

$$V_{out}(\omega) = 1 + \frac{\varepsilon (V_m(\omega) - 1)}{1 + \eta (1-\varepsilon) (V_m(\omega) - 1)} \quad (2.28)$$

对于实际装置来说, 式(2.28)噪声谱公式中的参数 ε 和 η 都可以归到回路增益的参数 $h(\omega)$ 中, 所以对于回路的运行, 我们主要只需分析输出噪声随增益参数 $h(\omega)$ 和激光输入噪声 $V_m(\omega)$ 的变化情况。

2.2.2、反馈理论

对于反馈回路, 原理如图 Fig.2.2 所示。用和前馈回路相似的分析方法, 经过振幅调制器后光场的湮灭算符表达式为:

$$\hat{A}_m(t) = \hat{A}_m(t) + \delta\hat{r} = \bar{A}_m + \delta\hat{A}_m(t) + \delta\hat{r} \quad (2.29)$$

经过偏振分光棱镜后, 透射输出光和反射输出光的湮灭算符 \hat{A}_{out} 、 \hat{A}_{ref} 分别可表示为:

$$\hat{A}_{out} = \sqrt{\varepsilon}(\bar{A}_m + \delta\hat{A}_m + \delta\hat{r}) + \sqrt{1-\varepsilon}\delta\hat{v} \quad (2.30)$$

$$\hat{A}_{ref} = \sqrt{1-\varepsilon}(\bar{A}_m + \delta\hat{A}_m + \delta\hat{r}) - \sqrt{\varepsilon}\delta\hat{v} \quad (2.31)$$

考虑反馈回路的探测器后, 进入理想探测器光场的湮灭算符为:

$$\hat{A}_{D-back} = \sqrt{\eta}(\sqrt{1-\varepsilon}(\bar{A}_m + \delta\hat{A}_m + \delta\hat{r}) - \sqrt{\varepsilon}\delta\hat{v}) + \sqrt{1-\eta}\delta\hat{v}_1 \quad (2.32)$$

$\delta\hat{v}_1$ 表示由探测器引入的真空起伏。上式线性化后平均值表示为:

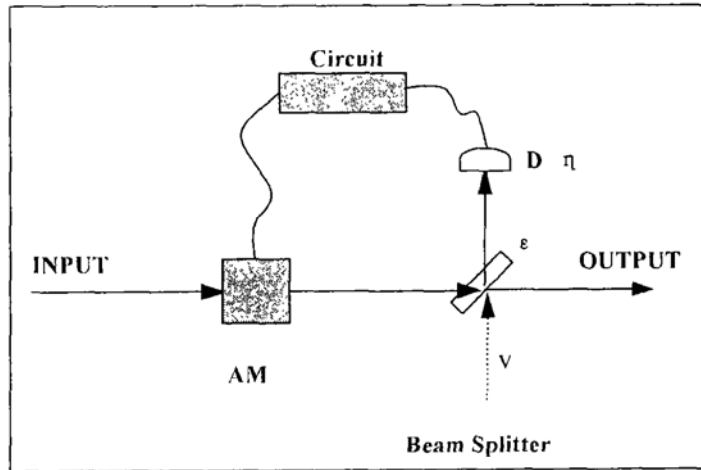


Fig.2.2 反馈原理图

$\bar{A}_{D-back} = \sqrt{\eta(1-\varepsilon)}\bar{A}_m$, 起伏项表示为:

$$\delta\hat{A}_{D-back}(t) = \sqrt{\eta}(\sqrt{1-\varepsilon}(\delta\hat{A}_m(t) + \delta\hat{r}) - \sqrt{\varepsilon}\delta\hat{v}) + \sqrt{1-\eta}\delta\hat{v}_1 \quad (2.33)$$

经光电探测后产生的光电流表示为 $I_{D-back}(t) = \sigma \hat{A}_{D-back}(t) \hat{A}_{D-back}(t)$ ，利用正交振幅算符的关系式 $\delta \hat{X}(t) = \delta \hat{A}(t) + \delta \hat{A}^+(t)$ ，线性化上式得到：

$$\delta I_{D-back}(t) = \sigma \bar{A}_{D-back} \delta \hat{X}_{D-back}(t) \quad (2.34)$$

反馈回路所引入的小的起伏项 $\delta \hat{r}$ 表示为：

$$\delta \hat{r} = - \int_0^{\infty} \sigma k(\tau) \sqrt{\eta} \sqrt{1-\varepsilon} \bar{A}_m \left[\sqrt{\eta} \left(\sqrt{1-\varepsilon} (\delta \hat{X}_m(t-\tau) + \delta \hat{X}_r(t-\tau)) - \sqrt{\varepsilon} \delta \hat{X}_v(t-\tau) \right) + \sqrt{1-\eta} \delta \hat{X}_{v1}(t-\tau) \right] d\tau \quad (2.35)$$

相应的正交振幅表达式，经 Fourier 变换后为：

$$\delta \hat{X}_r(\omega) = -2\sigma k(\omega) \bar{A}_m \sqrt{\eta} \sqrt{1-\varepsilon} \left[\sqrt{\eta} \left(\sqrt{1-\varepsilon} (\delta \hat{X}_m(\omega) + \delta \hat{X}_r(\omega)) - \sqrt{\varepsilon} \delta \hat{X}_v(\omega) \right) + \sqrt{1-\eta} \delta \hat{X}_{v1}(\omega) \right] \quad (2.36)$$

定义回路增益 $h(\omega) = 2\sigma k(\omega) \bar{A}_m \eta (1-\varepsilon)$ ，上式整理得：

$$\delta \hat{X}_r(\omega) = \frac{-h(\omega) \left[\delta \hat{X}_m(\omega) - \frac{\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{1-\varepsilon}} \delta \hat{X}_v(\omega) + \frac{\sqrt{1-\eta}}{\sqrt{\eta} \sqrt{1-\varepsilon}} \delta \hat{X}_{v1}(\omega) \right]}{1+h(\omega)} \quad (2.37)$$

输出场的平均值为 $\bar{A}_{out} = \sqrt{\varepsilon} \bar{A}_m$ ，起伏表达式为：

$$\delta \hat{A}_{out}(t) = \sqrt{\varepsilon} (\delta \hat{A}_m + \delta \hat{r}) + \sqrt{1-\varepsilon} \delta \hat{v} \quad (2.38)$$

由此，正交振幅起伏方差表示为：

$$\delta \hat{X}_{out}(t) = \sqrt{\varepsilon} (\delta \hat{X}_m(t) + \delta \hat{X}_r(t)) + \sqrt{1-\varepsilon} \delta \hat{X}_v(t) \quad (2.39)$$

将(2.36)式代入整理得到：

$$\delta \hat{X}_{out}(t) = \frac{\sqrt{\varepsilon}}{1+h(\omega)} \delta \hat{X}_m(t) - \frac{\sqrt{\varepsilon} \sqrt{1-\eta} h(\omega)}{\sqrt{\eta} \sqrt{1-\varepsilon} (1+h(\omega))} \delta \hat{X}_{v1}(\omega) + \left(\frac{\varepsilon h(\omega)}{\sqrt{1-\varepsilon} (1+h(\omega))} + \sqrt{1-\varepsilon} \right) \delta \hat{X}_v(\omega) \quad (2.40)$$

由此得到输出场的噪声谱为：

$$V_{out}(\omega) = 1 + \frac{\varepsilon |h(\omega)|^2 + \varepsilon \eta (1-\varepsilon) (V_m(\omega) - 1)}{\eta (1-\varepsilon) |1+h(\omega)|^2} \quad (2.41)$$

其中，已经将各真空噪声取为 1。同前馈一样我们可以求出最佳抑制的回路增益和输出噪声分别为：

$$h(\omega) = \eta(1 - \varepsilon)(V_m(\omega) - 1) \quad (2.42)$$

$$V_m^{optimal}(\omega) = 1 + \frac{\varepsilon(V_m(\omega) - 1)}{1 + \eta(1 - \varepsilon)(V_m(\omega) - 1)} \quad (2.43)$$

2.2.3、前馈和反馈的比较

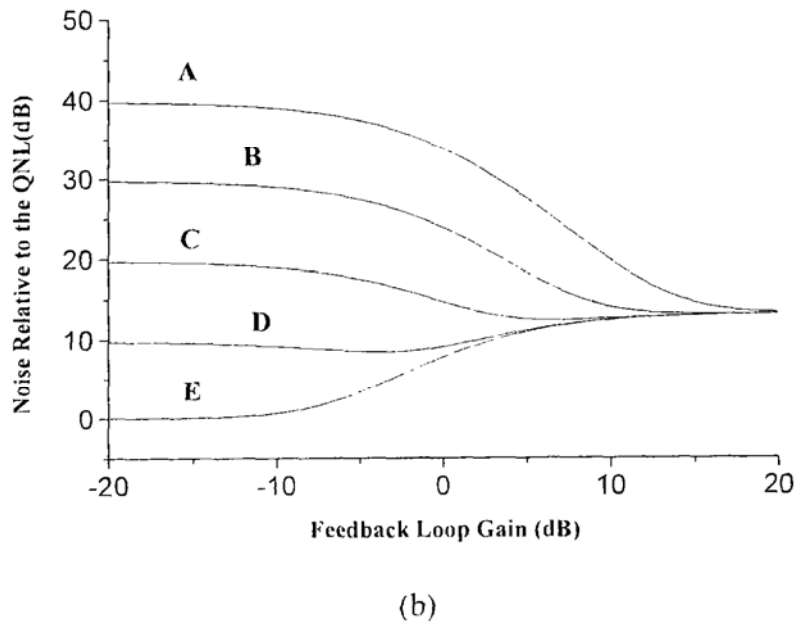
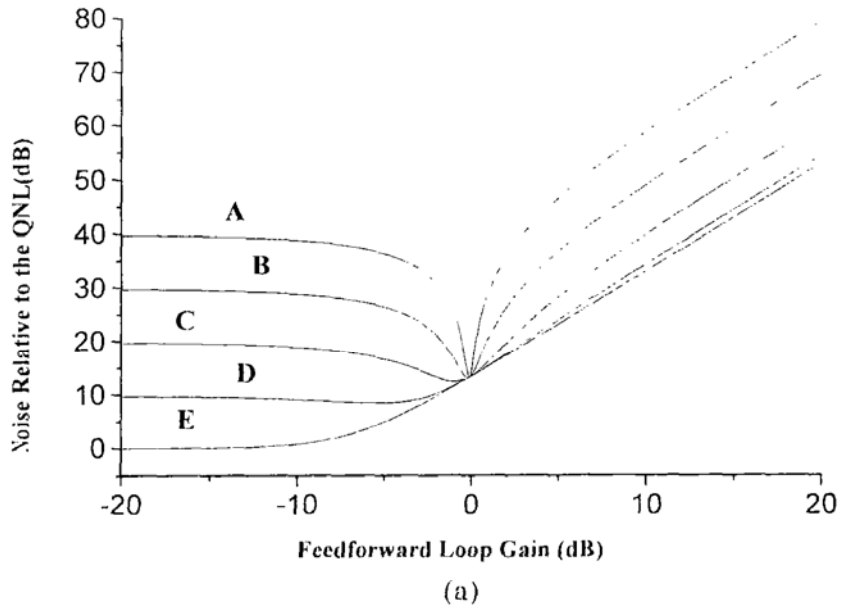


Fig.2.3 前馈回路和反馈回路输出噪声随回路增益的变化曲线.

图 Fig.2.3(a)和图 Fig.2.3(b)分别显示了前馈回路和反馈回路输出噪声在不同输入噪声时随回路增益的变化情况。图中曲线 A、B、C、D、E 的输入噪声分别取为 0dB、10dB、20dB、30dB、40dB，分束器的透射率取为 95%，探测器的量子效率取为 95%。

图 Fig.2.4 显示了回路最佳增益随输入光场噪声的变化曲线，曲线 i 相应于反馈

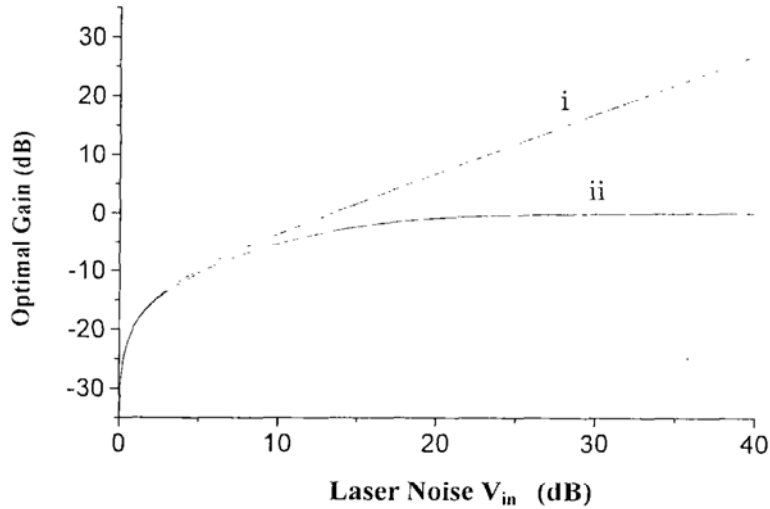


Fig.2.4 回路最佳增益随激光输入噪声的变化曲线。

回路，曲线 ii 相应于前馈回路。从这三幅图中中，我们可以发现以下特征：

- 对于前馈回路
- i、达到最佳抑制仅需要较小的增益；
 - ii、光场的噪声很大时，最佳抑制所需的回路增益是确定的，不随噪声的大小而改变；
 - iii、光场的噪声很大时，最佳抑制后输出光的噪声基本是一样的，与输入噪声无关；
 - iv、输出光的最佳抑制噪声对回路增益变化非常敏感。
- 对于反馈回路
- i、最佳增益随输入噪声的增大而增大；
 - ii、输出光的最佳抑制噪声对回路增益变化不敏感；
 - iii、光场的噪声很大时，最佳抑制后输出光的噪声基本是一样的，与输入噪声无关；

总之，前馈和反馈比较：最佳抑制，前馈回路所需增益较小，但输出噪声对增益敏感；反馈回路所需增益较大，且最佳增益随输入噪声增大而增大，但输出噪声对增益变化不敏感，也就是说回路运行的稳定性要好，抗干扰能力强。但从前馈回

路和反馈回路的输出表达式来看, 只要输入光束的噪声大于 1, 那么输出光束的噪声也始终大于 1, 所以利用它们不能够产生压缩光。

2.3 实验部分

在这一节首先对实验中自做的激光器做一详细介绍, 后面第三章、第四章实验所用红外——绿光激光器和这儿的红外激光器结构基本相同, 然后对抑制噪声的实验装置做一描述, 接着是实验结果和结果的分析, 最后介绍我们将振幅调制和电流反馈组合起来抑制噪声的实验。

2.3.1、激光器

实验所用激光器为半导体抽运的全固化化环形单频 1064nm 激光器, 激光器的整个结构原理如图 Fig.2.5 所示。下面对各部件作一详细介绍。

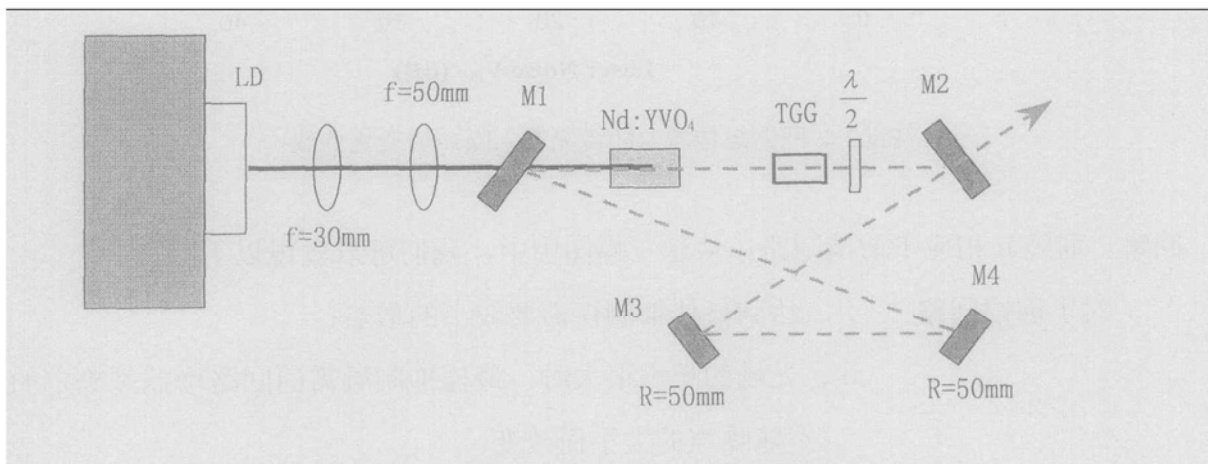


Fig.2.5 单频 1064nm 红外激光器原理示意图。

1、抽运源

抽运源是美国 Coherent 公司的 HHL (High-Heat Load Packages) 封装 High-Power Laser Diodes (LD), 加上自聚焦透镜后 (厂家已安装在产品的封装内部) LD 电源电流为 3A 时, 输出功率 2.7W, 输出光束的中心波长 806nm, 线宽 2nm, 输出光为垂直偏振的线偏振光, 封装内装有助于制冷的热敏电阻和 PAT 元件, 同时为了能够从外部监测 LD 的功率稳定性, 内部安装有一只光电二极管, 也可用于 LD 噪声抑制的电流反馈等。

2、整形聚焦系统

整形聚焦系统由两个薄透镜组成。靠近 LD 的一个为整形透镜，焦距为 30mm，用于将 LD 输出的发散光束准直为竖直方向和水平方向发散角都尽可能小的近平行光束。靠近激光谐振腔的一个为聚焦透镜，焦距为 50mm，用于将准直了的近平行光束聚焦到激光晶体上，要求在晶体中的腰斑大小小于谐振腔基模腰斑尺寸，以保证激光器的单横模运转。在激光器的调节中，焦距 50mm 的透镜对激光器的运行情况影响较大，所以对它位置的放置需要花费较多的时间。

3、激光谐振腔

激光谐振腔为由两个平面镜和两个曲率半径均为 50mm 的凹面镜组成的蝴蝶型环形腔，内部包含激光晶体和单向器。

激光晶体为掺钕浓度 0.5% 的 Nd:YVO₄，正单轴晶体，尺寸 3×3×5mm，通光长度为 5mm，ABCD 矩阵中等效长度 $\frac{d}{n_c} = \frac{5}{2.1652} = 2.3\text{mm}$ ，实际运转温度约为 32℃，靠近抽运光端面镀有 808nm 和 1064nm 双增透介质膜，另一端面镀有 1064nm 增透介质膜，增益带宽约 200GHz^[2-16]，晶体沿 a 轴切割，晶体和 1.06μm 波长相关的跃迁能级是 ${}^4F_{3/2} - {}^4I_{11/2}$ ，相关的 808nm 抽运能级是 ${}^4I_{9/2} - {}^4F_{3/2}$ ，在 1064nm 处， $n_o=1.9573$ ， $n_c=2.1652$ 。钕原子（Neodymium）为镧系元素，原子序号 60，重量 144.24，排列 1-2.8.18.22.8.2，轨道 4f4，熔点 1010℃，沸点 3127℃。1064nm 激光器常用的 Nd:YAG 晶体属于立方晶系，且各向同性。

晶体 c 轴方向的激发截面是 a 轴的四倍，在 809nm 处，晶体对平行于 c 轴的偏振抽运光的吸收系数为 21.0cm⁻¹，对平行于 a 轴的偏振抽运光的吸收系数为 10.4cm⁻¹，因此我们选用平行于 c 轴的偏振抽运，产生偏振方向平行于 C 轴的线偏振光（π 偏振，垂至于 C 轴的偏振称之为 σ 偏振）。而对于大功率 LD 抽运来说，由于 LD 输出光为自然偏振，所以，吸收系数约为 14.8cm⁻¹（(21.0+10.4)/2）^[2-17]。由于是偏振激发，所以不需要在激光谐振腔内放入用于起偏的布氏窗片。基质 YVO₄，室温下荧光谱线基本上是均匀加宽。在实际装调过程中，通过检测放上 Nd:YVO₄ 晶体，产生 1064nm 红外时，红外光的功率大小（c 轴与抽运光的偏振方向一致时，功率最大），可以判断晶体的放置方向是否正确。

单向器用于使得环形激光谐振腔单向运转，从而保证输出激光为单纵模的稳定

*注：晶体的吸收系数 α 的定义与增益系数相同^[2-18]： $I(z) = I_0 \exp(-\alpha z)$ ，所以 α 的单位为 [1/cm]。

性。单向器由 1064nm 半波片 $\frac{\lambda}{2}$ 和 TGG 晶体组成。1064nm 半波片，双面镀 1064nm 增透膜。TGG 晶体尺寸 $\Phi 3 \times 5\text{mm}$ ，双面镀 1064nm 增透膜，外部磁场强度 0.5T (5000 高斯)，对 1064nm 产生 5° 的偏振旋转，引入正反向损耗差为 8.3%，足以维持腔内单向运转^[2,19]，磁铁的磁场方向（磁力线方向）沿通光方向，晶体的 Verdet 系数随波长的增加呈指数曲线递减，所以 1064nm 隔离器较之 532nm 的体积要大的多，晶体在 633nm 处的系数为 $0.39' \sim 0.42' \text{cm}^{-1} \text{Gauss}^{-1}$ 。磁铁尺寸：内径 $\Phi 3$ ，外径 $\Phi 15$ 。

单向器的工作原理如图 Fig.2.6 所示：当腔内光由 M1 向 M2 传播时，Nd:YVO₄ 晶体产生的光是垂直偏振的，首先经过 TGG 晶体时，偏振面旋转约 5° ，转到 P1 位置，再经半波片后，转到 P2 的位置，P2 与垂直方向相差约 15° ，P0 是半波片的光轴方向，所以经腔镜反射后，再回到激光晶体时，它的增益将大大减小，也就是使得损

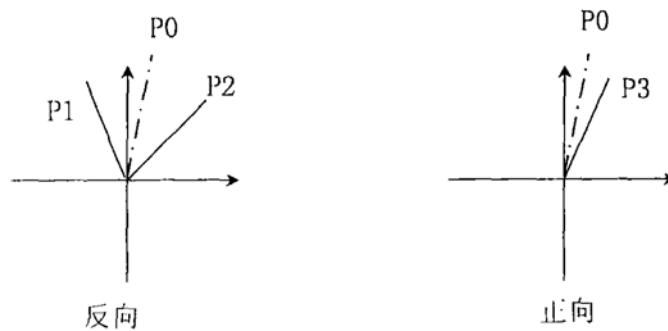


Fig.2.6 光学单向器原理示意图。

耗大于增益的话，无法起振；而当腔内光由 M2 向 M1 传播时，垂直偏振的光首先经过半波片，偏振面转到 P3 位置，再经 TGG 后，旋转回至垂直位置，所以损耗最小。所以此处的关键是搞清楚 TGG 对偏振的旋转方向：光沿两个方向传播时，在同一个表示实际偏振方向的坐标系中，它们的偏振面旋转是向同一个方向旋转的。

谐振腔输入耦合镜 M1 为直径 20mm 的平面镜，靠近聚焦透镜一面对 808nm 增透，靠近谐振腔内一面对 1064nm 反射率大于 99.5%；输出耦合镜 M2 也为直径 20mm 的平面镜，靠近谐振腔内一面对 1064nm 的透射率为 4%，朝腔外一面对 1064nm 增透；凹面镜 M3 平面为毛面，凹面 1064nm 反射率大于 99.9%；凹面镜 M4 凹面对 1064nm 反射率大于 99.9%，平面不镀膜。

激光器各腔镜之间的实际距离为 M1~M2 之间为 112mm、M1~M4 之间为 114mm、M2~M3 之间为 59mm、M1~M2 之间为 57mm；激光晶体中心距 M1 处的距离为 27.5mm；整个腔长约为 342mm。用 ABCD 矩阵公式，可计算得知谐振腔两凹面镜之间距离越长，激光晶体处腰斑越小，两凹面镜之间的腰斑约大（倍频晶体放置的位置）。

4、整个激光器系统的描述

整个激光器系统由两大部分组成：电路部分和激光头部分。电路部分主要包括 LD 抽运源的电流驱动部分和整个激光头需要的 3 路温度控制部分。激光头部分主要是激光器系统的整个光路部分。

由于灰尘对激光器件有较大影响，所以如果激光头的 LD 驱动源、透镜、谐振腔腔镜、以及各晶体等长期敞开放置于空气中，一方面需要经常的擦拭，造成实验工作的麻烦，另一方面易于损伤各部件，同时降低激光器的使用寿命，再一方面是，激光器的长期稳定运行要求环境温度几乎恒定不变，所以技术上采用了温度控制的整体腔系统^[2,20]：将激光头的所有光路部分密封于一铝的整体腔内，这样大大改善了激光器的输出光束指标。整体腔底部附带有—散热面积较大的铝散热块，同时整体腔外部加有一层薄铁皮做成的外壳。温度控制的另外两路分别用于控制 LD 抽运源的温度和激光晶体 Nd:YVO₄ 的温度，控温精度可以达到千分之五度。

5、激光器系统装调的简单描述

激光器系统的装调主要分为：LD 的检测、各光学部件的安装和整个激光头部分的整体调节。

LD 的监测主要是检查 LD 输出光斑是否规则、光斑强度是否均匀，以及光束俯仰角度大小。

各光学部件的安装主要是要注意整个光路高度的一致和激光光束传输时能够置于各光学部件的中心。

激光头部分的整体调节是激光器系统装调的最关键和最复杂的部分。主要环节有：F=30mm 透镜的放置、He-Ne 光路和 808nm 光路的重合、用 He-Ne 光路来调节谐振腔的闭合、用 He-Ne 光放置激光晶体于腔内的合适位置、LD 电源电流小时放置 F=50mm 透镜看到输出 1064nm 激光同时调节好 1064nm 的光斑模式、LD 电源电流大时输出 1064nm 激光（主要是热效应使得要对谐振腔和透镜、晶体等的位置进行微调）

同时得到较大的非单向功率输出、最后放置 TGG 晶体和半波片得到稳定的单向输出、密封整体腔。

由于激光器的运行机制是个复杂的过程，激光器的调节是技术含量高的工作，所以常常为了调节好某一环节，需要重复多次，有时，整个激光器调节好后，可能由于长期功率稳定性不好，需要整体从头再来调节，能够调好一台激光器需要长期经验的积累。

6、激光器的输出指标

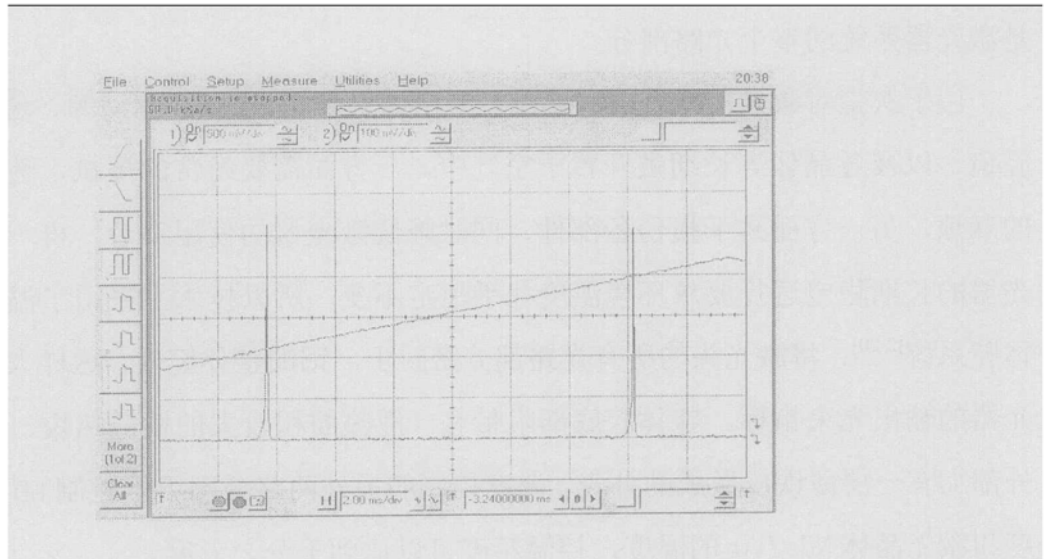


Fig.2.7 用共焦 F-P 腔监视得到的激光器单频运转曲线。

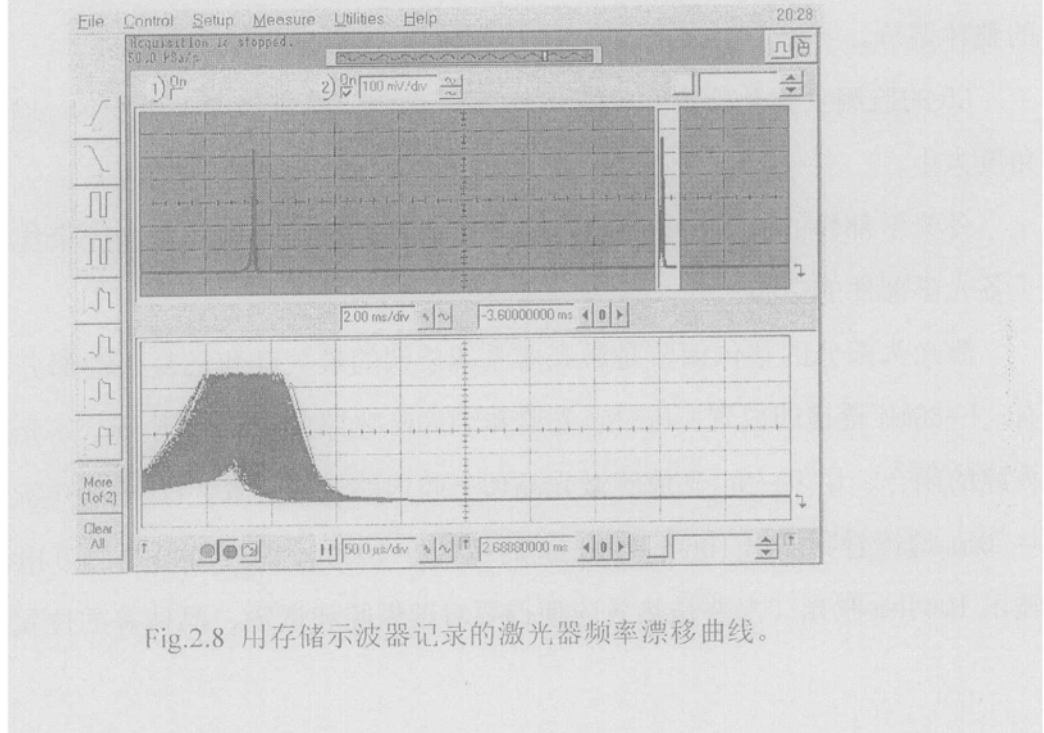


Fig.2.8 用存储示波器记录的激光器频率漂移曲线。

激光器可长期稳定输出 1064nm 红外功率 600mW，偏振方向为垂直方向，偏振比大于 100: 1，5 小时长期功率稳定性小于 $\pm 1\%$ ，短期功率稳定性 0.25%rms，自由运转情况下频率漂移小于 10MHz/分钟，激光线宽在 100KHz 的量级。

附图 Fig.2.7 为扫描 F-P 共焦腔实际测量到的激光器单频运转曲线。附图 Fig.2.8 为用存储示波器记录到的频率漂移结果，记录时间 30 分钟，测量结果为 5.6MHz/分钟。

2.3.2、强度噪声抑制实验装置

强度噪声抑制的前馈实验装置如图 Fig.2.9 所示，和理论分析的原理图基本相同。用 1064nm 半波片和偏振分光棱镜组成分束器，并且在分光棱镜和回路探测器之间加入了又一个分束器，这样在实际的操作中，便于进入调节回路的光功率从而改变回路增益。 $f=300\text{mm}$ 的透镜是为了将激光器输出光聚焦为近平行光束。振幅调制器 AM 由电光调制器 (NEW FOCUS 4104)，和前面的半波片以及后面的偏振分光棱镜一起构成，半波片的作用是调整输入光的偏振方向，使得振幅调制发生在下降沿，从而满足

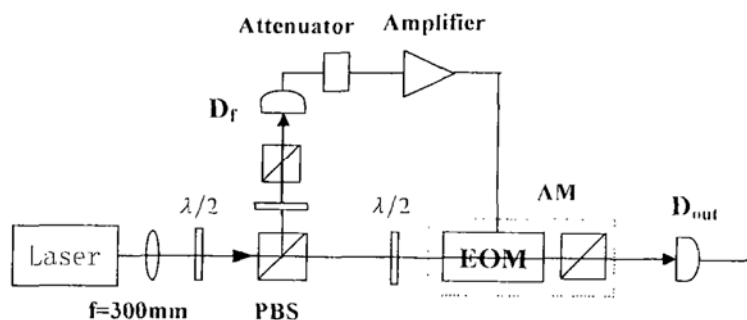


Fig.2.9 前馈实验装置图。

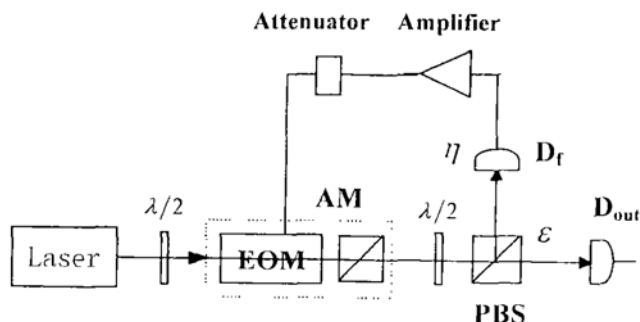


Fig.2.10 反馈实验装置图。

回路设计负前馈的要求。回路光探测器 D_i (Analog Modules 713A) 所产生的光电流首先经过一可调衰减器 (Trilithic RA-50-BNC) 用来调节回路的增益, 然后再经一功率放大器 (MINI-CIRCUITS NO. ZHL-6A-BNC) 后前馈到振幅调制器上, 构成前馈控制回路。光探测器 D_{out} 监视输出激光的强度噪声, 探测到的光电流送入频谱分析仪 (HP8890L)。 D_i 和 D_{out} 的光电二极管均采用 ETX-300。探测器 D_i 后面为两极同相放大, 有着宽的增益带宽 10KHz-100MHz 和大的动态范围, 由于它只放大交流信号, 因此前馈回路对激光的输出平均功率基本不产生影响。探测器 D_{out} 是我们自行设计, 后面为一级互阻抗运算放大, 把光电流信号变为电压信号, 它的带宽为 0-5MHz。 D_{out} 输出的直流光电流为 1.3mA, 在测量完强度噪声后, 用白光光源照射探测器 D_{out} , 在相同的直流光电流下获得散粒噪声基准。

强度噪声抑制的反馈回路实验装置与前馈回路基本相同, 只是将振幅调制部分和偏振分光部分的顺序调换, 如图 Fig.2.10 所示, 各个器件和前馈回路均一致。

2.3.3、实验结果和分析

前馈回路的实验结果如图 Fig.2.11 所示, 激光器自由运转时输出激光的强度噪

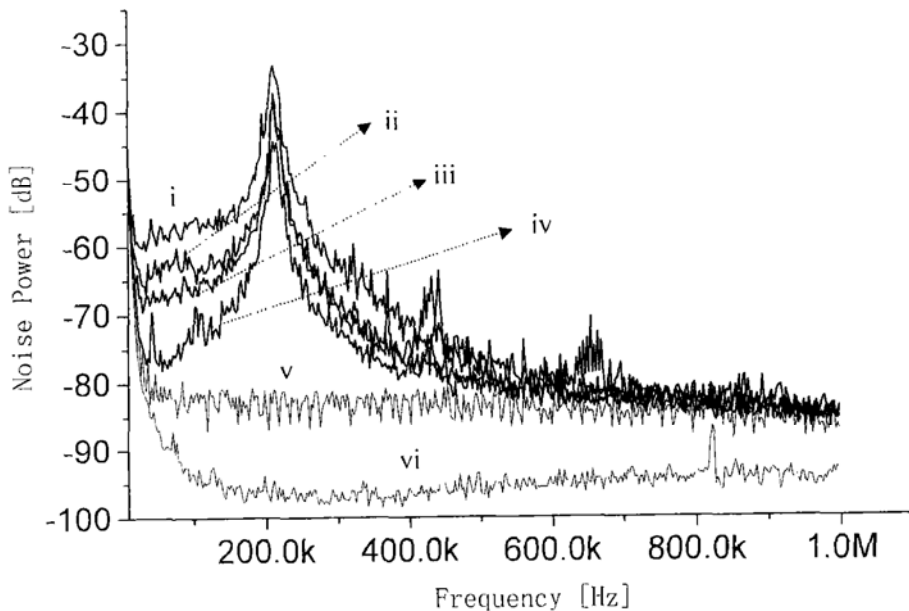


Fig.2.11 前馈回路的实验结果。

声谱（曲线 i）在大约 200KHz 处存在一个很强的弛豫振荡峰，强度噪声在大于 1MHz 后逐渐接近于散粒噪声。曲线 ii 为回路增益比最佳抑制低 1dB 时得到的输出噪声谱。曲线 iii 为回路增益比最佳抑制高 1dB 时得到的输出噪声谱。曲线 iv 为回路增益最佳时得到的输出噪声谱，可见，在 0-1MHz 的低频段，强度噪声大幅度降低，在 100KHz 附近降低约 15dB，对弛豫振荡峰抑制约 10dB，在大约 400KHz 和 600 KHz 处的突起部分是由于激光器弛豫振荡峰强度较高，使探测器和功率放大器饱和而产生的二次和高次谐波，通过振幅调制器而引入到输出激光噪声中。与理论分析中利用该回路不可能产生压缩相符，抑制后的噪声曲线均高于散粒噪声基准。上述回路增益变化时的情况正与理论分析曲线噪声随增益的变化趋势相符：增益变化相同量，噪声变化并不一致，但都相对于最佳抑制时抬高。曲线 v 为用等直流白光照射探测器得到的散粒噪声基准；曲线 vi 为探测系统的电子学噪声。

反馈回路的实验结果如图 Fig.2.12 所示，激光器自由运转时输出激光的强度噪声谱（曲线 A）与前馈时相同。曲线 B 为加上反馈回路后测得的最低输出噪声谱，基本特征与前馈回路相同。曲线 C 为散粒噪声基准，曲线 D 为电子学噪声谱。在实

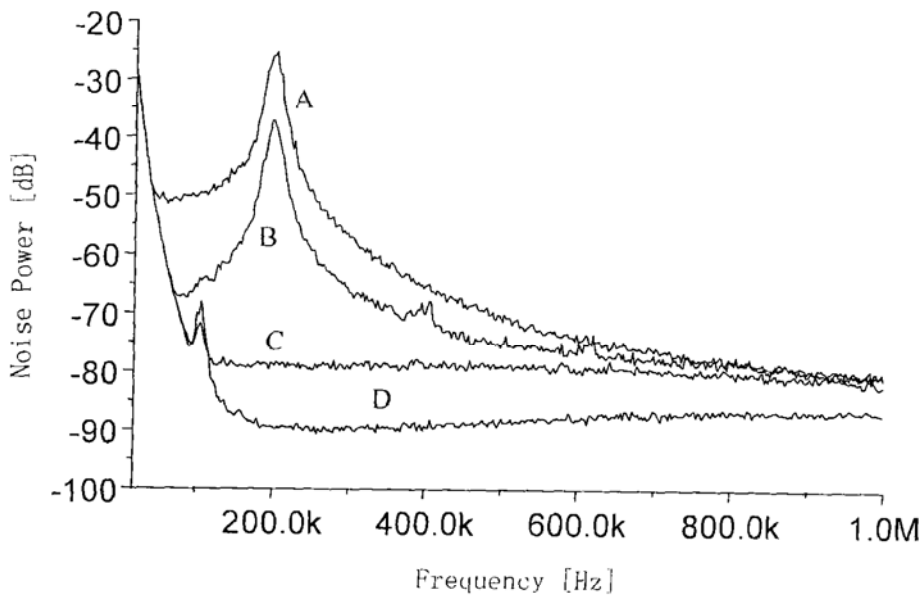


Fig.2.12 反馈回路的实验结果。

验中，我们通过衰减器来改变反馈回路的增益，发现，在得到噪声最佳抑制后，增大增益，噪声几乎没有任何变化，而减小增益时，噪声迅速抬高，反应非常灵敏，这一点正与理论分析曲线噪声随增益的变化趋势相符。

前馈回路和反馈回路比较的实验结果见图 Fig.2.13 所示。曲线 A、D、E 和前面情况的意义相同。曲线 B 为用反馈回路得到的最佳抑制效果，曲线 C 为用前馈回路得到的最佳抑制效果，可见在低频处前馈回路要比反馈回路将噪声抑制的更低，而且频率越低，优势越明显，而在其它频率处，效果基本一样。

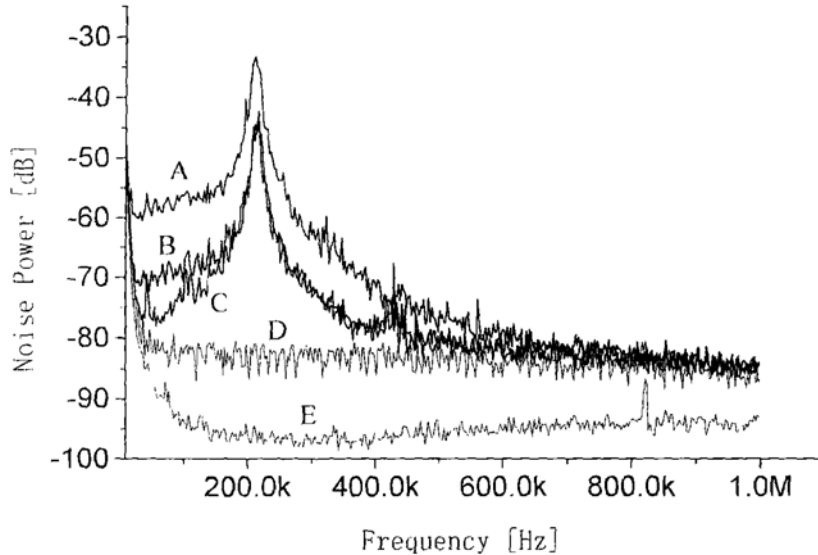


Fig.2.13 前馈回路和反馈回路相比较的实验结果。

总的来讲，前馈回路要优越：回路需要增益小，且低频抑制效果更好，但比较而言，反馈回路由于对增益不敏感，所以稳定性要好于前馈回路。

和我们以前的工作相比较，振幅调制回路对激光光束噪声弛豫振荡峰的抑制不如将光电流直接反馈到 LD 抽运电流^[2.21,2.22,2.23,2.24]的效果，但对弛豫振荡峰以外频率范围噪声的抑制效果要优于 LD 抽运电流，如果能同时采用两种技术来抑制激光的强度噪声，可能在整个低频范围内都可以获得较好的噪声抑制效果。对于两者组合起来的工作，我们已经完成，在接下来的一部分中将其作一简要介绍。

2.3.4、LD 电流反馈和振幅调制组合抑制强度噪声^[2.25]

实验装置如图 Fig.2.14 所示。我们实验上分别进行了前馈回路和 LD 电流反馈的组合与反馈回路和 LD 电流反馈的组合。从实验结果来看，前馈回路和 LD 电流反馈的组合要优于反馈回路和 LD 电流反馈的组合。而对于前馈回路和 LD 电流反馈的组合，又有前馈回路置于 LD 电流反馈回路外部、和内部之分。

图 Fig.2.15 是前馈回路和 LD 电流反馈组合的实验结果。曲线(i)相应于激光器自

由运转的噪声谱；曲线(ii)相应于 LD 电流反馈单独使用时的最佳抑制效果，可以看出激光器输出光束的弛豫振荡峰处噪声降低了 28dB，但弛豫振荡峰移到了大约

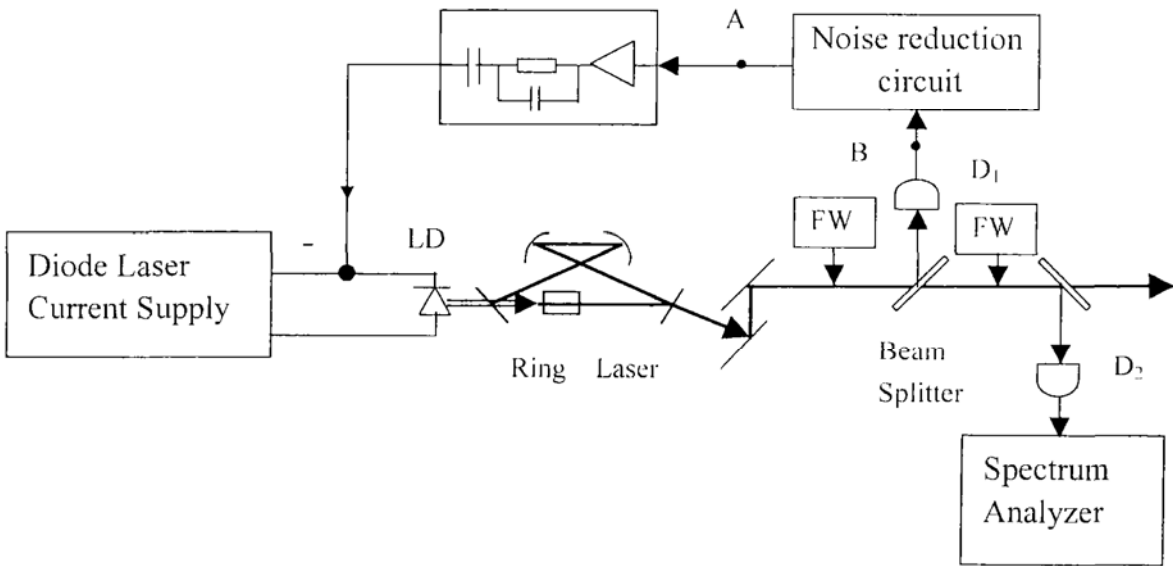


Fig.2.14 LD 电流反馈和振幅调制组合抑制噪声实验装置示意图。

350KHz 的频率较高处，从而弛豫振荡峰以上频率的激光噪声抬高；曲线(iii)为前馈回路单独使用时的最佳抑制曲线；曲线(iv)为前馈回路在 LD 电流反馈回路内部时的最

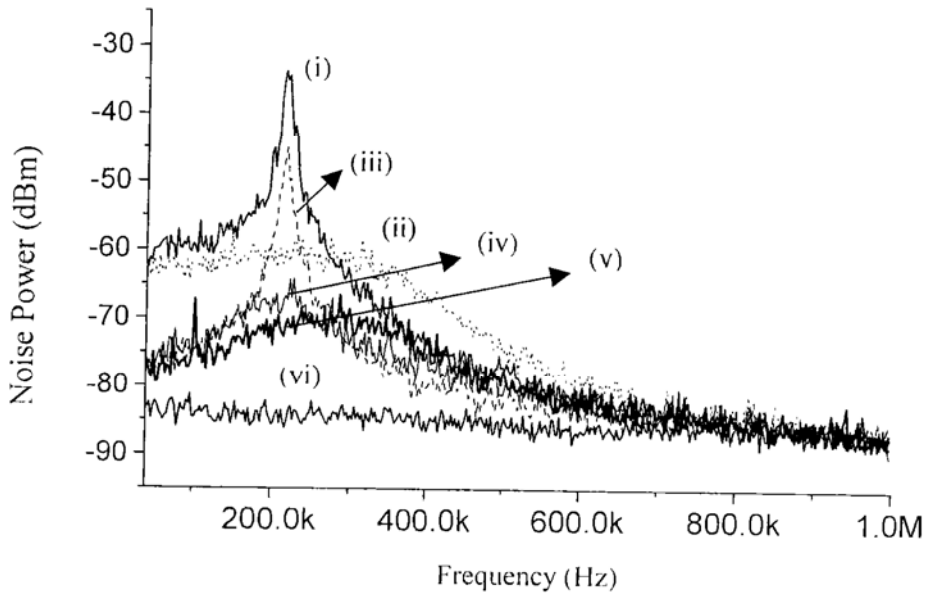


Fig.2.15 LD 电流反馈和振幅调制组合抑制噪声实验结果。

佳抑制曲线；曲线(v)为前馈回路在 LD 电流反馈回路外部时的最佳抑制曲线；可以看出曲线(iv)和曲线(v)的激光输出噪声整体上都得到了较好的抑制，但前者对高频处的抑制效果好一些，而后者对低频处的抑制效果好一些；曲线(vi)为散粒噪声基准曲线。

总之，电流反馈技术和振幅调制前馈技术的组合能够对激光光束的低频噪声产生明显的抑制，抑制后的噪声已经能够很接近于散粒噪声基准。

2.4 小结

本章从理论和实验两方面研究了采用振幅调制器对激光强度噪声进行光电反馈抑制和光电前馈抑制的工作特性，并且对两者进行了比较。实验上对 LD 抽运全固化单频环形 Nd:YVO₄ 激光器强度噪声的抑制和理论结果符合较好，总体来讲前馈回路要优于反馈回路，具体来说，一是前馈回路需要的回路增益小，二是前馈回路低频处抑制效果更好。该回路设计简单，便于实际应用。

另外介绍了 LD 电流反馈技术和振幅调制前馈回路组合的实验结果，LD 电流反馈主要能够抑制激光的弛豫振荡峰处噪声，前馈回路和 LD 电流反馈的组合大大降低了激光在低频处的整体噪声，抑制后的噪声已经能够很接近于散粒噪声基准。

参考文献

- 2.1 T.C.Ralph,C.C.Harb,H.A.Bachor,*Phys.Rev.A.*, **54**(5), 4359, 1996。
- 2.2 Jing Zhang, Yanli Chen, Tiancai Zhang et al, *J.Opt.Soc.Am.B*, **17**(10), 1695, 2000。
- 2.3 张靖, 张宽收, 陈艳丽等, *光学学报*, **20** (10), 1311, 2000。
- 2.4 S.T.Yang, Y.Imai, M.Oka et al, *Optics Lett.*, **21**(21), 1676, 1996。
- 2.5 A.D.Farinas, E.K.Gustafson, R.L.Bayer, *J.Opt.Soc.Am.B*, **12**(2), 328, 1995。
- 2.6 C.C.Harb, H.A.Bachor, R.Schilling et al, *IEEE. J.Quan. Elec.*, **30**(12), 2907, 1994。
- 2.7 Jing Zhang, Hong Chang, Xiaojun Jia et al, *Opt.Lett.*, **26**(10), 695, 2001。
- 2.8 张靖, 马红亮, 王润林等, *光学学报*, **21** (9), 1031.2001。
- 2.9 B.Wilke, N.Uehara, E.K.Gustafson et al, *Optics Lett.*, **23**(21), 1704, 1998。
- 2.10 陈艳丽, 张靖, 李永民等, *中国激光*, **A28** (3), 197, 2001。
- 2.11 N.A.Robertson, S.Hoggan, J.B.Mangan et al, *Applied Physics B*, **39**, 149, 1986。
- 2.12 Matthew S.Taubman, Howard Wiseman, David E.McClelland et al, *J.Opt.Soc.Am.B*, **12** (10), 1792, 1995。
- 2.13 H.M.Wiseman, M.S.Taubman, and H.-A.Bachor, *Phys.Rev.A*, **51**(4), 3227, 1995。
- 2.14 P.K.Lam, T.C.Ralph, E.H.Huntington, and H.-A.Bachor, *Phys.Rev.Lett.*, **79**(8), 1471, 1997。
- 2.15 Hans-A Bachor, 《A Guide to Experiments in Quantum Optics》, 1995。
- 2.16 戴特力 编著《半导体二极管泵浦固体激光器》, 四川大学出版社, P220, 1993。
- 2.17 山西大学 2003 届硕士毕业论文——王少凯, P16, 2003。
- 2.18 周炳琨等编著,《激光原理》, 国防工业出版社, P12, P97, 1995。
- 2.19 张靖, 张宽收, 王润林等, *中国激光*, **27**(8), 694, 2000。
- 2.20 王润林, 张宽收, 张靖, 彭堃堃, “整体腔全固化单频倍频激光器”, 国家实用新型专利 ZL 00243773.2。
- 2.21 张靖, 马红亮, 王润林等, *光学学报*, **21** (9), 1031, 2001。
- 2.22 T. J. Kane, *IEEE Photon. Technol. Lett.*, **2**, 244, 1990。
- 2.23 C. C. Harb, M. B. Gray, H.-A. Bachor, R. Schilling, P. Rottengatter, I. Freitag, and H. Welling, *IEEE J.Quantum Electron.*, **30**, 2907, 1994。

2.24 B. C. Buchler, E. H. Huntington, C. C. Harb, and H.-A. Bachor, *Phys. Rev. A*, **57**, 1286, 1998。

2.25 Jing Zhang, Hongliang Ma, Changde Xie, and Kunchi Peng, *Applied Optics*, **42**(6), 1068, 2003。

第三章、PPKTP 晶体参量过程产生压缩光的理论与实验研究

3.1 引言

光学参量过程是量子光学和非线性光学研究的重要对象，是产生压缩态光场和纠缠态光场的有效途径。目前，最成熟的纠缠源就是通过参量下转换过程所产生的纠缠光子对^[3.1]。在连续变量领域，已有多个科研小组利用光学参量过程产生了 EPR 纠缠源^[3.2,3.3,3.4]和三组份纠缠源^[3.5,3.6,3.7,3.8]，并且用来完成了量子离物传态^[3.5]、量子密集编码^[3.9]和量子离物传态网络^[3.10,3.11]等量子通讯领域的重要实验。

近年来，随着外加电场周期极化非线性晶体技术的成熟，准相位匹配得到了人们的广泛关注，它突破了双折射相位匹配的诸多限制：如走离效应、实用波长有限、不能利用晶体的最大非线性系数等。目前，用周期性极化晶体通过准相位匹配产生非经典态光场已有一些报道：美国大学 MIT (Massachusetts Institute of Technology) 的实验小组利用 PPKTP 晶体产生了偏振纠缠源，并且在分离变量量子通讯方面做了一系列工作^[3.12,3.13]；在连续光方面，在 2001 年，周期性极化 LiNbO₃ 晶体构成的三共振光学参量振荡器获得了 1.5dB 的反射抽运场压缩^[3.14]，国内报道了 1.1 dB 的压缩^[3.15]，2002 年，周期性极化 LiNbO₃ 晶体单共振二次谐波过程产生了近 0.6dB 的谐波压缩^[3.16]，同年，周期性极化 KTiOPO₄ 晶体单共振二次谐波过程也产生了近 0.6dB 的谐波压缩^[3.17]，但在连续光方面目前报道的压缩度都不高。

我们的工作主要是想充分利用准相位匹配技术的优点，深入研究其产生非经典光场的机制，进而用周期性极化晶体获得高压缩度的压缩态光场和纠缠态光场，并建立起小型的多组份纠缠源，从而能够开展连续变量量子通讯网络方面的实验研究，进而为实验装置的实用化做准备。本章首先介绍准相位匹配的概念、以及在参量放大过程中具体实现的原理，然后介绍简并光学参量放大谐振腔产生正交分量压缩态的理论、以及正交分量压缩态探测的原理，最后介绍我们用 PPKTP 晶体通过光学参量缩小过程产生正交振幅压缩光的实验。

3.2 准相位匹配

准相位匹配, 是人们为了突破参量过程中相位匹配条件的限制而提出的一项技术, 简单来说就是通过晶体非线性光学系数的周期变化, 弥补相互作用光波在晶体中传播时由于色散引起的相位差, 从而实现相对相位一定意义上的匹配, 产生有效的非线性效应。下面, 首先对准相位匹配的概念和技术发展情况做一简介, 然后就光学参量放大过程具体分析, 最后对准相位匹配的一般处理方法做一简单介绍。

3.2.1 简介

在抽运场、信号场、闲置场三波相互作用的参量过程中, 动量守恒定律要求 $k_0 = k_1 + k_2$ 这一条件满足, 即相位匹配条件, 其中 k_0 、 k_1 和 k_2 分别为抽运场、信号场和闲置场在非线性质介质中的波矢。同时, 从能量守恒定律三波的角频率之间满足 $\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$ 关系, 利用波矢和角频率的关系式 $k_i = n_i \omega_i / c$ ($i = 0, 1, \text{或} 2$, n_i 为 i 波在非线性质介质中沿传播方向和其偏振方向的折射率, c 为真空中的光速), 可以得出, 有效的参量相互作用, 需要 $n_0 \omega_0 = n_1 \omega_1 + n_2 \omega_2$ 成立。

为此, 人们一般利用晶体的双折射特性——晶体 o 光和 e 光的差别, 来满足上述相位匹配条件。但由于双折射相位匹配依赖于材料的固有特性, 对于某种具体的非线性材料, 只能在某些波长范围内得到相位匹配, 这样一方面不能利用晶体的最大非线性系数, 另一方面限制了参量过程的波长范围, 同时, 常常还会碰到走离效应、高温等不利因素。一般来说, 光波在晶体中传播时折射率的大小随频率的不同而不同, 所以许多普通晶体的优点常常因为不能够满足相位匹配条件, 而不能在参量过程中加以利用。

准相位匹配的思想最早由 Armstrong 与 Bloembergen 等人^[3-18]于 1962 年和 Franken 与 Ward^[3-19]于 1963 年分别独立提出, 随后许多人对其进行了分析、讨论和延伸。相位匹配条件的本质就是要求, 两个不同频率的光波在晶体中传播时, 在任一点, 它们之间的相对相位都是一样的, 这样就能够保证整个晶体各部分的作用是同步一致的, 从而整体上表现出倍频、参量放大、参量缩小或参量下转换等非线性效应。而准相位匹配技术, 则是保留晶体中各部分两光波相对相位的不一致, 通过改变晶体的不同部分的这种不一致性, 达到晶体在整体上呈现倍频、参量放大、或参量缩小等在相位匹配时的非线性效果。这样, 准相位匹配技术就可以不受晶体本身固有双折射特性的限制, 并且可以利用晶体的最大非线性系数, 无走离效应。当然, 具体不同的非线性过程, 实现准相位匹配的具体要求会有所差别。

为了制作准相位匹配器件，人们探索了种种办法：如将晶体薄片按自发极化方向交替变化的方式堆积起来^[3.20.3.21]、高温钛扩散^[3.22]、在晶体生长的过程中进行调制等^[3.23.3.24.3.25.3.26]，但是这些办法都存在不同程度的缺陷：如晶体的极化反转周期均匀性很差、极化深度太浅、条件过于复杂从而成本过高等，从而限制了准相位匹配器件的生产和应用。直到上个世纪九十年代，外加电场极化法对铁电晶体的铁电畴实现周期性极化反转——从而非线性系数翻转方法的提出^[3.27.3.28]，才使得准相位匹配器件能够以较高的质量、较低的成本、批量生产，使得准相位匹配材料由实验室走向商业化生产。但这种技术也存在一些问题，比如对于一些非铁电晶体，就无法通过外加电场周期极化技术来制作；另外对于在红外波段的 OPO 应用中，晶体极化周期的长度一般从 15 μm 到 30 μm ，目前技术已能很好达到这一要求，但是在可见光波段，晶体极化周期的长度要求在 3 μm 到 10 μm 之间，目前的技术生产起来还存在一些问题。

到目前为止，通过利用外加电场周期极化技术，准相位匹配已经在铁电晶体 LiNbO_3 ^[3.29]， LiTaO_3 ^[3.30]， KTP ^[3.31]， RTA ^[3.32]， KNbO_3 ^[3.33] 中得以实现并能达到实用的水平。其中 LiNbO_3 以其成熟的生产工艺（成本低廉），较大的有效非线性系数，较高的晶体质量和较大的晶体尺寸而备受青睐，用途也最广泛。但 LiNbO_3 晶体的缺点是光损伤阈值低、光折变效应明显，因而使用时常需加热到 100 摄氏度以上，并且极化时需要的矫顽场电压高，大约为 20kV/mm，所以目前的厚度最大只有 1mm，不能够用于大功率的情况。 KTP 晶体进行周期极化的矫顽场电压只有 LiNbO_3 的十分之一，所以很容易实现几个毫米厚的周期极化反转（目前报道的最厚的 PPKTP 为 3mm），因此，它非常适合用作大孔径激光器件以获得高功率输出，而且 KTP 及其同族晶体材料的优点还有它们有较高的抗光折变损伤阈值并且对光折变效应不敏感，可以在室温下工作等。所以，周期极化的 KTP 更适合用于腔内的高功率倍频或光参量振荡激光器。和 LiNbO_3 晶体相比，它的缺点是非线性系数要低一些，但和双折射相位匹配的 LiNbO_3 晶体相比，还是要高的多。在我们实验中，选用的就是周期极化 KTP 晶体。

准相位匹配器件的制作技术以及准相位匹配器件的应用在国内国外都有多家科研单位从事研究，国外如美国斯坦福大学的 M.M.Fejer 小组、以色列的 G.Rosenman 小组、丹麦的 Preben Buchhave 小组等；国内如南京大学闵乃本院士的小组、天津大

学、上海交通大学等。但大多集中精力于非线性频率变换和波长的扩展，如倍频、参量下转换 OPO 等相干光源的研究，而在压缩态、纠缠源等方面的研究相对较少。正如本章引言中所述，美国 MIT 大学的小组在分离变量纠缠源方面用 PPKTP 晶体做了一系列工作，我们希望能在连续变量纠缠源方面做一些工作。

3.2.2 光学参量放大过程

在晶体吸收损耗忽略和小信号增益亦即抽运光损耗可忽略的近似下，平面波注入的简并光学参量放大过程信号场的方程式为^[3.34]：

$$\frac{dA(z)}{dz} = -\frac{ig}{2} A^*(z) e^{-i\phi} e^{-i\Delta kz} \quad (3.2.1)$$

其中，信号光的变量 $A(z)$ 和电场强度的关系为 $A(z) = \sqrt{\frac{n_\omega}{\omega}} E(z)$ ，和光功率的关系为

$$\frac{P}{S} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} |A|^2 \omega \quad (S \text{ 为光束的横截面积}), \text{ 变量 } A(z) \text{ 与光子通量成正比, 参数 } g \text{ 的定义}$$

$$\text{为 } g = d \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon_0} \frac{2\omega^3}{n_\omega^2 n_{2\omega}}} A_0 = d \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon_0} \frac{\omega}{n_\omega}} E_0, \text{ } A_0 \text{ 表示抽运场相应于信号场 } A(z) \text{ 的量, } \epsilon_0 \text{ 为真空}$$

中的介电常数， μ 为介质的磁导率， n_ω 、 $n_{2\omega}$ 分别为信号场和抽运场在晶体中的折射率， d 为晶体的二阶非线性系数， $\Delta k = k_{2\omega} - 2k_\omega$ 为相位失配， ω 为信号场的角频率， 2ω 为抽运场的角频率，假定，注入信号场的初始相位为 0，注入抽运场为 $A_0(0) = A_0 e^{-i\phi}$ 。式(3.2.1)改写为：

$$\frac{dA(z)}{dz} = -\frac{g}{2} A^*(z) e^{-i\left(\Delta kz + \phi - \frac{\pi}{2}\right)} \quad (3.2.2)$$

其中， $A^*(z)$ 为 $A(z)$ 的共轭复数。定义^[3.35]：

$$q(z) = \exp\left[\frac{i}{2}\left(\Delta kz + \phi - \frac{\pi}{2}\right)\right] A(z) + \exp\left[-\frac{i}{2}\left(\Delta kz + \phi - \frac{\pi}{2}\right)\right] A^*(z) = q^*(z) \quad (3.2.3)$$

$$p(z) = -i \left\{ \exp\left[\frac{i}{2}\left(\Delta kz + \phi - \frac{\pi}{2}\right)\right] A(z) - \exp\left[-\frac{i}{2}\left(\Delta kz + \phi - \frac{\pi}{2}\right)\right] A^*(z) \right\} = p^*(z) \quad (3.2.4)$$

这样有：

$$A(z) = \frac{1}{2} \{q(z) + ip(z)\} \exp\left[-\frac{i}{2}\left(\Delta kz + \phi - \frac{\pi}{2}\right)\right] \quad (3.2.5)$$

$$A^*(z) = \frac{1}{2} \{q(z) - ip(z)\} \exp\left[\frac{i}{2} \left(\Delta kz + \phi - \frac{\pi}{2}\right)\right] \quad (3.2.6)$$

用变量 $q(z)$ 和 $p(z)$, 方程可表示为:

$$\frac{dq(z)}{dz} = -\frac{g}{2} q(z) - \frac{\Delta k}{2} p(z) \quad (3.2.7)$$

$$\frac{dp(z)}{dz} = \frac{g}{2} p(z) + \frac{\Delta k}{2} q(z) \quad (3.2.8)$$

1、相位匹配条件满足, $\Delta k = 0$, 方程简化为:

$$\frac{dq(z)}{dz} = -\frac{g}{2} q(z) \quad (3.2.9)$$

$$\frac{dp(z)}{dz} = \frac{g}{2} p(z) \quad (3.2.10)$$

分别积分后得到:

$$q(z) = q(0) e^{-\frac{g}{2}z} \quad (3.2.11)$$

$$p(z) = p(0) e^{\frac{g}{2}z} \quad (3.2.12)$$

当谐波场的初始相位为 $\phi = \frac{\pi}{2}$ 时, 有 $q(z) = A(z) + A^*(z)$ 为信号场的正交振幅分量、 $p(z) = -i\{A(z) - A^*(z)\}$ 为正交相位分量, 沿光波在晶体中的传播方向, 信号场正交振幅分量不断缩小, 正交相位分量不断放大, 为参量缩小过程。

当谐波场的初始相位为 $\phi = -\frac{\pi}{2}$, 有 $q(z) = -i\{A(z) - A^*(z)\}$ 为信号场的正交相位分量、 $p(z) = A(z) + A^*(z)$ 为正交振幅分量, 沿光波在晶体中的传播方向, 信号场正交振幅分量不断放大, 正交相位分量不断缩小, 为参量放大过程。

这两种情况正是通常双折射相位匹配时的 $\phi_{2\omega} - \phi_{\omega} = \frac{\pi}{2}$ 参量缩小和

$\phi_{2\omega} - \phi_{\omega} = -\frac{\pi}{2}$ 参量放大过程^[3,36]。

对于光子通量 $A(z)A^*(z)$ 的一般表达式为:

$$A(z)A^*(z) = \frac{1}{2} |A(0)|^2 \left\{ \begin{array}{l} \left(1 + \cos \left[\phi - \frac{\pi}{2} \right] \right) \exp[-gz] \\ + \left(1 - \cos \left[\phi - \frac{\pi}{2} \right] \right) \exp[gz] \end{array} \right\} \quad (3.2.13)$$

所以信号场光子通量随传播距离和正交振幅分量的变化情况一样。

2、相位匹配条件不满足， $\Delta k = k_{2\omega} - 2k_{\omega} \neq 0$ 为一确定值。此时，方程为二元线性常系数微分方程组，用消元法可以得到：

$$\frac{d^2 p(z)}{dz^2} + \left[\frac{(\Delta k)^2}{4} - \frac{g^2}{4} \right] p(z) = 0 \quad (3.2.14)$$

方程的解依赖于 $\frac{(\Delta k)^2}{4} - \frac{g^2}{4}$ 的值。对于大多数实验情况，都有 $(\Delta k)^2 \gg g^2$ 成立（附

录 b）。此时 $\frac{(\Delta k)^2}{4} - \frac{g^2}{4} > 0$ 时，假设 $\chi = \sqrt{\frac{(\Delta k)^2}{4} - \frac{g^2}{4}}$ ，方程组的解为：

$$p(z) = \left(\cos[\chi z] + \frac{g}{2\chi} \sin[\chi z] \right) p(0) + \frac{\Delta k}{2\chi} \sin[\chi z] q(0) \quad (3.2.15)$$

$$q(z) = -\frac{\Delta k}{2\chi} \sin[\chi z] p(0) + \left(\cos[\chi z] - \frac{g}{2\chi} \sin[\chi z] \right) q(0) \quad (3.2.16)$$

对于用于倍频的一阶准相位匹配晶体来说，极化周期为 $2l_c = 2\pi / \Delta k$ 。对于参量过程要求的周期应为 $2l'_c = \frac{\pi}{\chi}$ ，由于 $(\Delta k)^2 \gg g^2$ ，所以可以忽略掉 χ 中含 g 的项，这

样可以认为参量过程的准相位匹配周期和倍频的周期是一样的，在实际的实验中，这一点微小差别可以通过调节周期性极化晶体的温度来满足不同过程。这样，有

$\frac{\Delta k}{2\chi} \approx 1$ 、 $\chi \approx \frac{\Delta k}{2}$ ， $\frac{g}{2\chi} \approx \frac{g}{\Delta k}$ ，方程简化为：

$$p(z) = \left(\cos \left[\frac{\Delta k}{2} z \right] + \frac{g}{\Delta k} \sin \left[\frac{\Delta k}{2} z \right] \right) p(0) + \sin \left[\frac{\Delta k}{2} z \right] q(0) \quad (3.2.17)$$

$$q(z) = -\sin \left[\frac{\Delta k}{2} z \right] p(0) + \left(\cos \left[\frac{\Delta k}{2} z \right] - \frac{g}{\Delta k} \sin \left[\frac{\Delta k}{2} z \right] \right) q(0) \quad (3.2.18)$$

由于 $\Delta k \neq 0$ ，在某平面 z_1 处对信号场起放大作用的抽运场传播到另一位置 z_2 时，对传播到 z_2 处的信号场起缩小作用，这样随着抽运场和信号场在晶体中不同位置时

相互之间相对相位的周期变化，就产生了整体增益的振荡现象。振荡周期为 $z = 2l_c = \frac{2\pi}{\Delta k}$ 。如果抽运场在 $z = 0$ 到 $z = l_c$ 区域对信号场起放大作用，那么我们如果在信号场被缩小 $z = l_c$ 到 $z = 2l_c$ 、 $z = 3l_c$ 到 $z = 4l_c$ 等区域，将晶体的极化方向反转，那么前面所说的相对相位就和抽运场对信号场起放大作用的由 $z = 0$ 增加到 $z = l_c$ 等区域相同，这样就保证了沿着晶体传播时，抽运场能够对信号场一直起放大作用。这就是一阶准相位匹配参量放大过程的基本原理。通过选择极化反转区域长度为 l_c 的倍数，就得到了所谓的高阶准相位匹配。但一阶准相位匹配是所有准相位匹配中效率最高的，人们最常用的，也是我们这里要讨论的。

定义 $C = \cos\left[\frac{\Delta k}{2}z\right]$ ， $S = \sin\left[\frac{\Delta k}{2}z\right]$ ， $G = \frac{g}{\Delta k}$ 。方程的解可以表示为：

$$\begin{bmatrix} p(z) \\ q(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C + GS & S \\ -S & C - GS \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p(0) \\ q(0) \end{bmatrix} \quad (3.2.19)$$

在准相位匹配材料第一个极化区域（区域长度 l_c ）末端，方程(3.2.19)写为：

$$\begin{bmatrix} p(z_1) \\ q(z_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 + GS_1 & S_1 \\ -S_1 & C_1 - GS_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p(0) \\ q(0) \end{bmatrix} \quad (3.2.20)$$

其中， $C_1 = \cos\left[\frac{\pi}{2}\right]$ ， $S_1 = \sin\left[\frac{\pi}{2}\right]$ 。同样，在第二个极化区域末端，有：

$$\begin{bmatrix} p(z_2) \\ q(z_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_2 + GS_2 & S_2 \\ -S_2 & C_2 - GS_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 + GS_1 & S_1 \\ -S_1 & C_1 - GS_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p(0) \\ q(0) \end{bmatrix} \quad (3.2.21)$$

当参量作用光波在晶体中传播了 n 个周期后，表达式为：

$$\begin{bmatrix} q(z_{2n}) \\ p(z_{2n}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q(0) \\ p(0) \end{bmatrix} \quad (3.2.22)$$

其中，矩阵 $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ 是 $2n$ 个描述信号光传播的矩阵 $\begin{bmatrix} C_i + GS_i & \Lambda S_i \\ -\Lambda S_i & C_i - GS_i \end{bmatrix}$ ($i = 1, 2, \dots,$

$2n$) 的乘积， $C_i = \dots = C_1 = \cos\left[\frac{\pi}{2}\right]$ ， $S_i = \dots = S_1 = \sin\left[\frac{\pi}{2}\right]$ 。值得注意的是，在极化

反转的区域， G 的取值是负的。

利用式(3.2.3)到(3.2.6)，变量 $A(z)$ 表示为：

$$A(z) = \frac{1}{2} \exp\left[-\frac{i}{2}\left(\Delta k z + \phi - \frac{\pi}{2}\right)\right] \left\{ \begin{array}{l} \alpha \exp\left[\frac{i}{2}\left(\phi - \frac{\pi}{2}\right)\right] A(0) \\ + \beta \exp\left[-\frac{i}{2}\left(\phi - \frac{\pi}{2}\right)\right] A'(0) \end{array} \right\} \quad (3.2.23)$$

其中, $\alpha = (A + D) + i(B - C)$, $\beta = (D - A) + i(B + C)$ 。

信号场的光子通量 $A(z)A^*(z)$ 表示为:

$$A(z)A^*(z) = \frac{1}{4} |A(0)|^2 \left\{ \left[|\alpha|^2 + |\beta|^2 \right] + 2 \operatorname{Re} \left[\alpha \beta^* \exp\left[i\left(\phi - \frac{\pi}{2}\right)\right] \right] \right\} \quad (3.2.24)$$

从上述理论分析的结果来看, 相位匹配、相位失配、以及准相位匹配三种情况下最大放大和最大缩小的倍数是一样的。以下, 用相应于我们的实验情况——抽运场波长 532nm、信号场波长 1064nm、周期性极化 KTP 晶体、 d_{33} 非线性系数, 的参数 $\Delta k \approx 70 \times 10^4$ 、 $g \approx 38.8$, 利用公式(3.2.13)和(3.2.24), 对相位匹配、一阶准相位匹配、相位失配的三种具体情况做一比较。

图 3.2.1 的三条曲线 a、b、c 分别显示了对于周期性极化 KTP 晶体的 d_{33} 非线性系数, 在相位匹配、一阶准相位匹配、相位失配三种情况下信号光随光波在晶体中的传播距离的最大放大情况。其中 L 表示在晶体中的位置, L_c 表示极化区域长度 l_c 。由于图中传输长度仅为 2.5 个极化周期, 所以相位匹配的曲线 a 基本呈线性, 但当长度足够长时, 就可以看到式(3.2.13)的指数变化趋势。

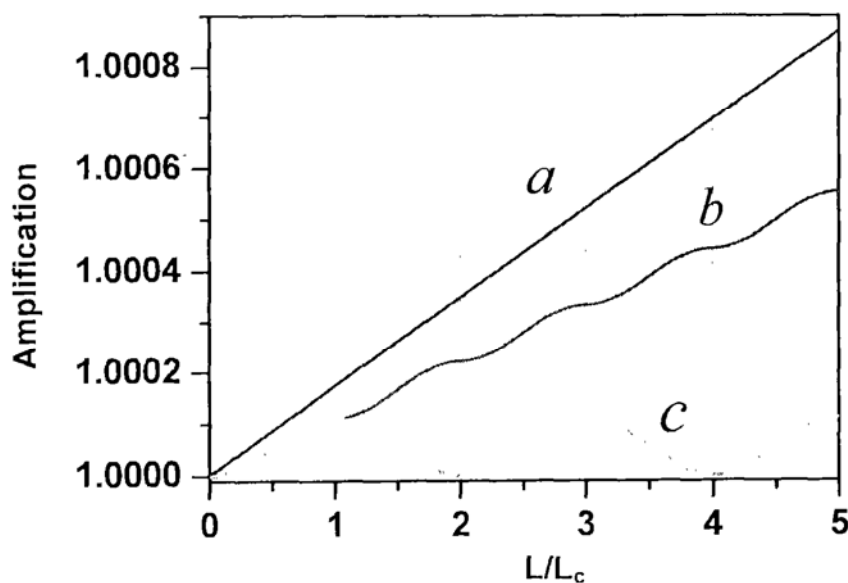


Fig.3.2.1 简并光学参量放大时信号光功率放大倍数随传播距离的变化曲线。

图 3.2.2 的三条曲线 a、b、c 分别显示了对于周期性极化 KTP 晶体的 d_{33} 非线性系数，在相位匹配、一阶准相位匹配、相位失配三种情况下信号光随光波在晶体中的传播距离的功率最大缩小情况。

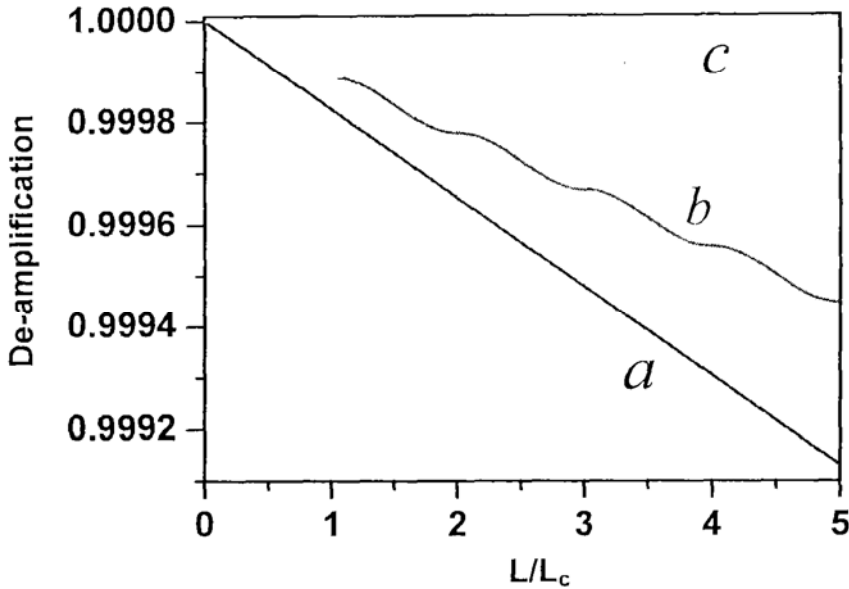


Fig.3.2.2 简并光学参量缩小时信号光功率缩小程度随传播距离的变化曲线。

值得注意的是，在一阶准相位匹配的情况下，当注入抽运场和信号场的相对相位为 $\phi_{2\omega} - \phi_{\omega} = 0$ 时，为参量缩小；为 $\phi_{2\omega} - \phi_{\omega} = \pi$ (或 $-\pi$) 时，为参量放大，这和相位匹配时相比较，正好相位超前了 $\frac{\pi}{2}$ ，自然这主要是由于失谐量 Δk 的作用。

对于一阶准相位匹配晶体在简并参量放大过程中信号光强度噪声、正交分量噪声的情况，在文献 3.35、3.37、3.38、3.39 中作了详细的计算，下面主要是他们的结论和结合实验情况做一概述和分析。

在相位匹配情况下，相对相位为 $\phi_{2\omega} - \phi_{\omega} = -\frac{\pi}{2}$ ，正交振幅噪声呈指数 $\exp[gz]$ 放大，产生正交相位压缩光；相对相位为 $\phi_{2\omega} - \phi_{\omega} = \frac{\pi}{2}$ ，正交振幅噪声呈指数 $\exp[-gz]$ 缩小，产生正交振幅压缩光。

在相位失配的情况下，不论相对相位如何，正交振幅分量噪声都将随光波在晶体中的传播位置呈周期振荡。

在理想的一阶准相位匹配情况下，同样可以得到很大的正交分量压缩光。相对相位为 $\phi_{2\omega} - \phi_{\omega} = 0$ 时，为参量缩小过程，产生正交振幅压缩光；相对相位为 $\phi_{2\omega} - \phi_{\omega} = \pi$ （或 $-\pi$ ）时，为参量放大过程，产生正交相位压缩光。在利用晶体的同一非线性系数的情况下，准相位匹配的增益和压缩度要小于相位匹配；但由于一般晶体的最大非线性系数不能实现双折射相位匹配，却可以实现准相位匹配，所以实际中，准相位匹配的增益和压缩度应该高于相位匹配，增益可能为相位匹配时的几倍甚至更多。例如对于 LiNbO_3 晶体来说^[3,40]，采用准相位匹配和采用双折射匹配相比，增益因子提高了约 20 倍： $(2d_{33} / \pi d_{31})^2 \approx 20$ 。同时，准相位匹配的相位匹配表达式中多了一项可以控制的量（晶体的极化反转周期），从而可以人为的改变参量值，以适用于不同的波长，具有比较大的自由度，原则上，在晶体透明波段的任一波长都可以通过准相位匹配得到参量放大和噪声压缩。

实际使用的准相位匹配晶体和理想的准相位匹配一般主要有两类由于生产技术引入的误差：极化区域边界的随机偏差和极化区域长度的随机偏差^[3,41,3,42]。其中极化区域边界的随机偏差是指实际极化区域的边界随机地偏离理想理论区域的边界，但是周期长度平均值仍等于理想周期长度值，因此相邻区域的长度之间存在负关联。极化区域长度的随机偏差是周期长度平均值等于理想周期长度值，但是极化区域的长度随机偏离理想值，相邻区域的长度之间独立，不存在关联。理论分析^[3,37]指出，误差的存在使得正交振幅（位相）分量的压缩度降低，极化区域边界随机偏差的影响较小，极化区域长度随机偏差影响较大，但从现有的准相位匹配生产技术，两者对于压缩度的影响不大，一般降低约 1dB 左右。

3.2.3 一阶准相位匹配参量过程的理论模型

3.2.2 的分析是在注入信号场功率很小、抽运光损耗可忽略的假设下，对简并参量放大过程就一阶准相位匹配的严格求解。为了能够将准相位匹配的理论分析方法和相位匹配统一起来，人们将准相位匹配介质中的实际非线性系数按照傅立叶展开，考虑到只有相位匹配的傅立叶分量对参量作用有显著的贡献，忽略掉其它不满足相位匹配的傅立叶分量（这些分量只会引起信号光和抽运光能量之间的相互振荡，对参量作用贡献不大）。具体如下。

在忽略晶体的吸收损耗和慢变包络近似下，简并参量过程中信号场和抽运场相互作用的耦合波方程为^[3,34]：

$$\frac{dA}{dz} = -\frac{i}{2} \lambda d(z) A_0 A_1^* \exp(-i\Delta k z) \quad (3.2.25)$$

$$\frac{dA_0}{dz} = -\frac{i}{2} \lambda d(z) A_1^2 \exp(i\Delta k z) \quad (3.2.26)$$

其中, $\lambda = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon_0} \frac{2\omega^3}{n_\omega^2 n_{2\omega}}}$, $d(z)$ 为晶体中不同位置处的非线性系数, 其它参数和前面的意义一样。将一阶准相位匹配晶体的实际非线性系数沿波的传播方向进行傅立叶展开:

$$d(z) = d \sum_{m=-\infty}^{+\infty} G_m \exp(ik_m z) \quad (3.2.27)$$

其中, d 为未被极化晶体的一致非线性系数。 $k_m = \frac{m\pi}{l_c}$ 是第 m 阶傅立叶分量的光栅矢量, l_c 是准相位匹配晶体的极化反转周期的一半。这时参量作用耦合波方程变为 [3 17],

$$\frac{dA}{dz} = -\frac{i}{2} \lambda d_{eff} A_0 A_1^* \exp(-i\Delta k_Q z) \quad (3.2.28)$$

$$\frac{dA_0}{dz} = -\frac{i}{2} \lambda d_{eff} A_1^2 \exp(i\Delta k_Q z) \quad (3.2.29)$$

从傅立叶展开式 (3.2.27), 可以得出一阶准相位匹配作用的有效非线性系数:

$$d_{eff} = d G_m \quad (3.2.30)$$

准相位匹配作用的波矢失配为:

$$\Delta k_Q = k_{2\omega} - 2k_\omega - k_m \quad (3.2.31)$$

当非线性系数被周期性地反转时, (3.2.27) 式傅立叶展开式中的系数为:

$$G_m = \frac{2}{m\pi} \sin\left(\frac{m\pi}{2}\right) \quad (3.2.32)$$

要满足相位匹配, 则有:

$$k_m = \Delta k \quad (3.2.33)$$

$$G_m = \frac{2}{\pi} \quad (3.2.34)$$

所以, 在大多数对一阶准相位匹配共线作用的理论分析中, 都直接用 $\frac{2}{\pi}d$ 代替相位匹配时 d 。

但，由于上述理论模型中的简化是一个粗略的简化，所以它并不能够准确的估计一些实验参数值，但它仍然可以对我们在实验中起到一个参考作用。

3.3 参量过程的理论分析

这一节主要是对简并光学参量放大谐振腔产生压缩态做一理论介绍，然后将理论参数和实验参数联系起来，便于理论对于实验的指导和参考作用，最后对于正交压缩光的探测做一简单介绍。

3.3.1 理论模型

一般的光学参量放大器谐振腔内包含抽运模 \hat{b} 、信号模 \hat{a}_1 、和闲置模 \hat{a}_2 三个模式，整个系统的 Hamiltonian 量可表示为^[3.43]：

$$H = H_{rev} + H_{irrev} \quad (3.3.1)$$

其中， H_{rev} 表示可逆部分^[3.44]， H_{irrev} 表示不可逆部分^[3.43]。

系统 Hamiltonian 量中的可逆部分具体表示为：

$$H_{rev} = \hbar\omega_0 \hat{b}^\dagger \hat{b} + \sum_{i=1,2} \hbar\omega_i \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i + i\hbar \frac{k}{2} (\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger \hat{b} - \hat{a}_1 \hat{a}_2 \hat{b}^\dagger) + i\hbar (E_0 \hat{b}^\dagger e^{-i\omega_0 t} + h.c) + i\hbar (\sum_{i=1,2} E_i \hat{a}_i^\dagger e^{-i\omega_i t} + h.c) \quad (3.3.2)$$

其中，第一项表示腔内抽运模的 Hamiltonian 量；第二项表示腔内信号模和闲置模的 Hamiltonian 量；第三项表示三模相互作用 Hamiltonian 量， k 表示耦合常数，它正比于非线性介质的二阶极化率 $\chi^{(2)}$ ，且与非线性介质长度、位相匹配情况以及光束聚焦情况有关；第四、第五项表示各注入场对总 Hamiltonian 量的贡献， $E_i (i=0,1,2)$ 表示各场的电场强度。

Hamiltonian 量的不可逆部分 H_{irrev} 可以表示为：

$$H_{irrev} = (\hat{b} \Gamma_0^+ + \hat{b}^\dagger \Gamma_0^-) + \sum_{i=1,2} (\hat{a}_i \Gamma_i^+ + \hat{a}_i^\dagger \Gamma_i^-) \quad (3.3.3)$$

其中， Γ_i^- 、 Γ_i^+ 是腔的热浴算符，它由腔的损耗决定。

由系统的 Hamiltonian 量，可以得到内腔模的量子朗子方运动方程为^[3.45]：

$$\dot{\hat{b}}(t) = -i\omega_0\hat{b}(t) - \gamma_0\hat{b}(t) - k\hat{a}_1(t)\hat{a}_2(t) + \hat{b}_i''(t) \quad (3.3.4)$$

$$\dot{\hat{a}}_1(t) = -i\omega_1\hat{a}_1(t) - \gamma_1\hat{a}_1(t) + k\hat{b}(t)\hat{a}_2^+(t) + \hat{a}_1'''(t) \quad (3.3.5)$$

$$\dot{\hat{a}}_2(t) = -i\omega_2\hat{a}_2(t) - \gamma_2\hat{a}_2(t) + k\hat{b}(t)\hat{a}_1^+(t) + \hat{a}_2'''(t) \quad (3.3.6)$$

其中, γ_0 、 γ_1 、 γ_2 分别表示谐振腔对于抽运模、信号模、闲置模各自的总损耗速率, $\hat{b}_i''(t)$ 、 $\hat{a}_1'''(t)$ 、 $\hat{a}_2'''(t)$ 分别表示抽运模、信号模和闲置模的各种注入场 - 包括输入镜、输出镜、和腔内损耗引入的各经典注入场和真空起伏场。

在旋波近似下, $\hat{a}_1(t) \rightarrow \hat{a}_1(t)e^{-i\omega_0 t}$ 、 $\hat{a}_2(t) \rightarrow \hat{a}_2(t)e^{-i\omega_2 t}$ 、 $\hat{b}(t) \rightarrow \hat{b}(t)e^{-i\omega_0 t}$, 上述方程写为:

$$\dot{\hat{b}}(t) = -i(\omega_0 - \omega_0')\hat{b}(t) - \gamma_0\hat{b}(t) - k\hat{a}_1(t)\hat{a}_2(t) + \hat{b}_i''(t) \quad (3.3.7)$$

$$\dot{\hat{a}}_1(t) = -i(\omega_1 - \omega_1')\hat{a}_1(t) - \gamma_1\hat{a}_1(t) + k\hat{b}(t)\hat{a}_2^+(t) + \hat{a}_1'''(t) \quad (3.3.8)$$

$$\dot{\hat{a}}_2(t) = -i(\omega_2 - \omega_2')\hat{a}_2(t) - \gamma_2\hat{a}_2(t) + k\hat{b}(t)\hat{a}_1^+(t) + \hat{a}_2'''(t) \quad (3.3.9)$$

其中, ω_0' 、 ω_1' 和 ω_2' 分别表示谐振腔最接近于抽运场、信号场和闲置场模式的共振角频率。我们以下的理论分析以及第四章的理论分析都是从这里出发的。

考虑如图 3.3.1 所示的简并光学参量振荡装置, 系统的运动方程可以通过将

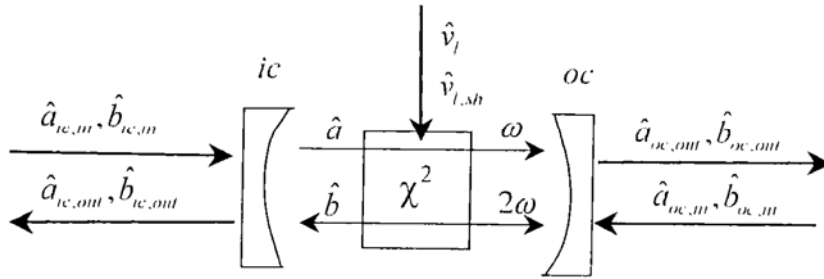


Fig. 3.3.1 DOPA 输入场与输出场关系示意

上述方程组的信号模和闲置模简化为一个模式, 同时假定信号模和抽运场频率正好和谐振腔的共振频率重合, 这样得到^[3 16]:

$$\dot{\hat{a}}(t) = -\gamma\hat{a}(t) + \kappa\hat{a}^+(t)\hat{b}(t) + \sqrt{2\gamma_{ic}}\hat{a}_{ic,in}(t) + \sqrt{2\gamma_l}\hat{v}_l + \sqrt{2\gamma_{oc}}\hat{a}_{oc,in}(t) \quad (3.3.10)$$

$$\dot{\hat{b}}(t) = -\gamma_{sh}\hat{b}(t) - \frac{\kappa}{2}\hat{a}^2(t) + \sqrt{2\gamma_{ic,sh}}\hat{b}_{ic,in}(t) + \sqrt{2\gamma_{l,sh}}\hat{v}_{l,sh} + \sqrt{2\gamma_{oc,sh}}\hat{b}_{oc,in}(t) \quad (3.3.11)$$

谐振腔的输入输出公式为^[3.46]:

$$\hat{a}_{ic,out}(t) = \sqrt{2\gamma_{ic}}\hat{a}(t) - \hat{a}_{ic,m}(t) \quad (3.3.12)$$

$$\hat{a}_{oc,out}(t) = \sqrt{2\gamma_{oc}}\hat{a}(t) - \hat{a}_{oc,m}(t) \quad (3.3.13)$$

$$\hat{b}_{ic,out}(t) = \sqrt{2\gamma_{ic,sh}}\hat{b}(t) - \hat{b}_{ic,m}(t) \quad (3.3.14)$$

$$\hat{b}_{oc,out}(t) = \sqrt{2\gamma_{oc,sh}}\hat{b}(t) - \hat{b}_{oc,m}(t) \quad (3.3.15)$$

其中, \hat{a} , \hat{a}^+ 分别为腔内基频场的湮灭和产生算符, $\hat{a}_{ic,m}$, $\hat{a}_{oc,m}$ 分别为从输入耦合镜和输出耦合镜注入基频场的湮灭算符, \hat{b} , $\hat{b}_{ic,m}$, $\hat{b}_{oc,m}$ 相应于谐波场, $\hat{a}_{ic,out}(t)$ 、 $\hat{a}_{oc,out}(t)$ 分别相应于基波在输入镜的输出场 (也就是谐振腔的反射场) 和输出镜的输出场 (也就是谐振腔的透射场), $\hat{b}_{ic,out}(t)$, $\hat{b}_{oc,out}(t)$ 相应于相应的谐波场; γ 、 γ_{sh} , γ_{ic} 、 $\gamma_{ic,sh}$, γ_l 、 $\gamma_{l,sh}$, γ_{oc} 、 $\gamma_{oc,sh}$ 分别相应于整个谐振腔对于基频波和谐波的损耗速率, 输入镜对于基频波和谐波的损耗速率, 谐振腔对于基频波和谐波的腔内损耗速率, 以及输出镜对于基频波和谐波的损耗速率, 并且有 $\gamma = \gamma_{ic} + \gamma_l + \gamma_{oc}$ 和 $\gamma_{sh} = \gamma_{ic,sh} + \gamma_{l,sh} + \gamma_{oc,sh}$; \hat{v}_l 、 $\hat{v}_{l,sh}$ 表示由内腔损耗引入的真空起伏。

按照实际的实验装置, 谐振腔对于基波场的精细度远大于对于谐波场的精细度 ($\gamma \gg \gamma_{sh}$), 这样谐波场随时间的演化要比基波场快得多, 在这种情况下, 在和基波场相关的时间尺度上, 可以假设 $\dot{\hat{b}}(t) = 0$ ^[3.47,3.48], 由方程 (3.3.11) 得到:

$$\hat{b}(t) = -\frac{\kappa}{2\gamma_{sh}}\hat{a}^2(t) + \frac{1}{\gamma_{sh}}\hat{b}_m(t) \quad (3.3.16)$$

其中, 定义谐波注入项:

$$\hat{b}_m(t) = \sqrt{2\gamma_{ic,sh}}\hat{b}_{ic,m}(t) + \sqrt{2\gamma_{l,sh}}\hat{v}_{l,sh}(t) + \sqrt{2\gamma_{oc,sh}}\hat{b}_{oc,m}(t) \quad (3.3.17)$$

将 (3.3.16) 式代入 (3.3.10) 式, 得到:

$$\dot{\hat{a}}(t) = -\gamma\hat{a}(t) - \frac{\kappa^2}{2\gamma_{sh}}\hat{a}^+(t)\hat{a}^2(t) + \frac{\kappa}{\gamma_{sh}}\hat{a}^+(t)\hat{b}_m(t) + \tilde{a}_m(t) \quad (3.3.18)$$

其中, 定义基波注入项:

$$\hat{a}_m(t) = \sqrt{2\gamma_{ic}} \hat{a}_{ic,m}(t) + \sqrt{2\gamma_l} \delta \hat{v} + \sqrt{2\gamma_{oc}} \hat{a}_{oc,m}(t) \quad (3.3.19)$$

对于我们的实际实验装置，从输出耦合镜注入的基波场和谐波场均为真空场，从输入耦合镜注入的谐波场双次穿过晶体，所以可以认为谐振腔对于谐波的整个损耗等于输入镜对谐波的损耗，忽略其它损耗，也就是 $\gamma_{sh} = \gamma_{ic,sh}$ 。同时，定义双光子

$$\text{损耗速率参数 } \mu = \frac{k^2}{2\gamma_{sh}}。$$

对于参量过程的经典特性，将运动方程(3.3.18)的各个算符用它们的期望值 ($\langle \hat{a}(t) \rangle = \alpha(t)$, $\langle \hat{a}^+(t) \rangle = \alpha^*(t)$, $\langle \hat{b}(t) \rangle = \beta(t)$) 代替来得到，表达式为：

$$\dot{\alpha}(t) = -\gamma\alpha(t) - \mu\alpha^*(t)\alpha^2(t) + 2\sqrt{\mu}\alpha^*(t)\beta_{ic,m}(t) + \sqrt{2\gamma_{ic}}\alpha_{ic,m}(t) \quad (3.3.20)$$

腔内基波场湮灭算符的期望值满足 $\alpha(t) = \alpha^*(t)$ ，上式可简化为：

$$\dot{\alpha}(t) = -\mu\alpha^3(t) + (2\sqrt{\mu}\beta_{ic,m}(t) - \gamma)\alpha(t) + \sqrt{2\gamma_{ic}}\alpha_{ic,m}(t) \quad (3.3.21)$$

由此可以分析参量过程的经典特性。用式(3.3.20)可以分析注入抽运场和注入基频场之间相对相位对参量过程经典行为的影响。

对于参量过程的量子特性，利用线性化方法。将式(3.3.18)中每个算符表示为期望值和平均值为 0 的起伏算符两部分，忽略掉二次以上的高阶起伏项，得到关于起伏的运动方程：

$$\delta \dot{\hat{a}} = -\gamma\delta \hat{a} - \frac{\kappa^2}{2\gamma_{sh}} (2\alpha^* \alpha \delta \hat{a} + \alpha^2 \delta \hat{a}^+) + \frac{\kappa}{\gamma_{sh}} (\alpha^* \delta \hat{b}_m + \beta_m \delta \hat{a}^+) + \delta \hat{a}_m \quad (3.3.22)$$

其中，用到了：

$$\begin{aligned} \hat{a}(t) &= \alpha(t) + \delta \hat{a}(t) \\ \hat{a}^+(t) &= \alpha^*(t) + \delta \hat{a}^+(t) \\ \hat{b}_m(t) &= \beta_m(t) + \delta \hat{b}_m(t) \\ \hat{a}_m(t) &= \alpha_m(t) + \delta \hat{a}_m(t) \end{aligned} \quad (3.3.23)$$

将(3.3.22)整理后我们得到参量过程的量子起伏方程式：

$$\delta\dot{\hat{a}}(t) = -\left(\gamma + \frac{\kappa^2}{\gamma_{sh}} \alpha^* \alpha\right) \delta\hat{a}(t) + \frac{\kappa}{\gamma_{sh}} \left(\beta_m - \frac{\kappa}{2} \alpha^2\right) \delta\hat{a}^*(t) + \frac{\kappa}{\gamma_{sh}} \alpha^* \delta\hat{h}_m(t) + \delta\hat{a}_m(t) \quad (3.3.24)$$

以下，我们由此来分析参量过程的量子特性。

3.3.2 经典特性

当没有基频场注入到谐振腔—— $\alpha_{c,m}(t) = 0$ 时，由式(3.3.21)得到方程：

$$\dot{\alpha}(t) = -\mu\alpha^3(t) + \left(2\sqrt{\mu}\beta_{c,m}(t) - \gamma\right)\alpha(t) \quad (3.3.25)$$

对于稳态情况，方程左边 $\dot{\alpha}(t) = 0$ ，整理后，得到：

$$-\mu\alpha^2(t) + 2\sqrt{\mu}\beta_{c,m}(t) - \gamma = 0 \quad (3.3.26)$$

由此，得到参量振荡的阈值公式：

$$\beta_{c,th} = \frac{\gamma}{2\sqrt{\mu}} \quad (3.3.27)$$

当抽运功率低于阈值，且有基频场注入时，对于稳态情况，方程(3.3.21)为三元一次方程：

$$\alpha^3 + \frac{\gamma - 2\sqrt{\mu}\beta_{c,m}}{\mu}\alpha - \frac{\sqrt{2\gamma_1}}{\mu}\alpha_{c,m} = 0 \quad (3.3.28)$$

在参量过程中，注入信号场和参量振荡抽运场阈值的功率比、注入抽运场和抽运场阈值的功率比是两个很重要的量，为了便于分析参量过程的经典特性，将方程用相应的量来表示，整理为：

$$\left(\sqrt{\frac{2\mu}{\gamma}}\alpha\right)^3 + 2\left(1 - \frac{\beta_{c,m}}{\beta_{c,th}}\right)\left(\sqrt{\frac{2\mu}{\gamma}}\alpha\right) - 2\sqrt{\frac{\gamma_c}{\gamma}}\frac{\alpha_{c,m}}{\beta_{c,th}} = 0 \quad (3.3.29)$$

定义 $\Lambda = \left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3$ ，其中：

$$\begin{aligned} q &= -2\sqrt{\frac{\gamma_c}{\gamma}}\frac{\alpha_{c,m}}{\beta_{c,th}} \\ p &= 2\left(1 - \frac{\beta_{c,m}}{\beta_{c,th}}\right) \end{aligned} \quad (3.3.30)$$

这儿主要考虑参量振荡阈值以下，有信号场注入和没有信号场注入两种情况。

此时, $|\beta_m| < \beta_{th}$, 所以有

$$\Delta = \left(\sqrt{\frac{\gamma_{ic}}{\gamma}} \frac{\alpha_{ic,m}}{\beta_{ic,th}} \right)^2 + \left\{ \frac{2}{3} \left(1 - \frac{\beta_{ic,m}}{\beta_{ic,th}} \right) \right\}^3 > 0 \quad (3.3.31)$$

恒成立。由三元一次方程根的判别式可知, 此时方程有一个实根, 两个虚根。

对于有注入信号场的参量放大或缩小情况, 实际的腔内基频场相应于方程的实根, 此时, 实根可以表示为:

$$\sqrt{\frac{2\mu}{\gamma}} \alpha = \left(-\frac{q}{2} + \Delta^{\frac{1}{3}} \right)^{\frac{1}{3}} + \left(-\frac{q}{2} - \Delta^{\frac{1}{3}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.3.32)$$

假定 α_m 始终为正实数, 当 β_m 也为正实数时, 称之为与 α_m “in-phase”, 相应于参量放大状态; 当 β_m 为负实数, 称之为与 α_m “out-of-phase”, 相应于参量缩小状态。由输入输出公式(3.3.13)、抽运阈值公式(3.3.27)和实根的表达式(3.3.32), 从输出耦合镜透射的基频场表示为:

$$\frac{\alpha_{oc,out}}{\beta_{th}} = 2 \sqrt{\frac{\gamma_{oc}}{\gamma}} \left\{ \left(-\frac{q}{2} + \Delta^{\frac{1}{3}} \right)^{\frac{1}{3}} + \left(-\frac{q}{2} - \Delta^{\frac{1}{3}} \right)^{\frac{1}{3}} \right\} \quad (3.3.33)$$

这是腔内基频场湮灭算符期望值的一般表达式。下面我们考虑简化情况下的表达式。

没有抽运场时, 从式(3.3.21)得到:

$$0 = -\gamma \hat{a}(t) + \sqrt{2\gamma_{ic}} \hat{a}_{ic,m}(t) \quad (3.3.34)$$

输出耦合镜透射的基频场表示为:

$$\alpha_{oc,out} = \frac{2\sqrt{\gamma_{oc}\gamma_{ic}}}{\gamma} \alpha_{ic,m} \quad (3.3.35)$$

有抽运场时, 在参量缩小情况下, 考虑注入基频场功率很小的情况, 从式(3.3.21), 忽略掉三次项, 有透射场表达式:

$$\alpha_{oc,out} = \frac{2\sqrt{\gamma_{oc}\gamma_{ic}}}{\gamma \left(1 - \frac{\beta_{ic,m}}{\beta_{th}} \right)} \alpha_{ic,m} \quad (3.3.36)$$

这样, 缩小比例为:

$$\frac{\alpha_{oc,out}}{\alpha_{oc,out}^{no-pump}} = \frac{1}{1 - \frac{\beta_{ic,m}}{\beta_{th}}} \quad (3.3.37)$$

注意， $\frac{\beta_{ic,m}}{\beta_{th}}$ 的变化范围为从 0 到 -1，所以缩小功率比例取上式平方，极限值为 $\frac{1}{4}$ 。

这儿很重要的一点是，在忽略掉三次项的近似下：缩小程度和注入基频光强度、谐振腔的各个参数均无关系，仅和抽运强度有关。

对于放大情况，在注入抽运场为阈值、且忽略掉三次项时，透射基频场表达式为：

$$\frac{\alpha_{oc,out}}{\beta_{th}} = 2 \sqrt{\frac{\gamma_{oc}}{\gamma}} \left(2 \sqrt{\frac{\gamma_{ic}}{\gamma}} \frac{\alpha_{ic,m}}{\beta_{th}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.3.38)$$

所以增益因子为：

$$\frac{\alpha_{oc,out}}{\alpha_{oc,out}^{no-pump}} = \left(\frac{2\gamma}{\gamma_{ic}} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{\beta_{th}}{\alpha_{ic,m}} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (3.3.39)$$

可以看出，放大倍数既和输入镜损耗占总损耗的比例大小有关，又和注入基频场的强度有关，总之，输入镜损耗越小，注入信号场功率越低，放大倍数越大。这是由于参量放大过程主要是对谐振腔阻抗匹配特性的改善。

以下的分析曲线是利用式 (3.3.33) 和式 (3.3.35) 得出的。

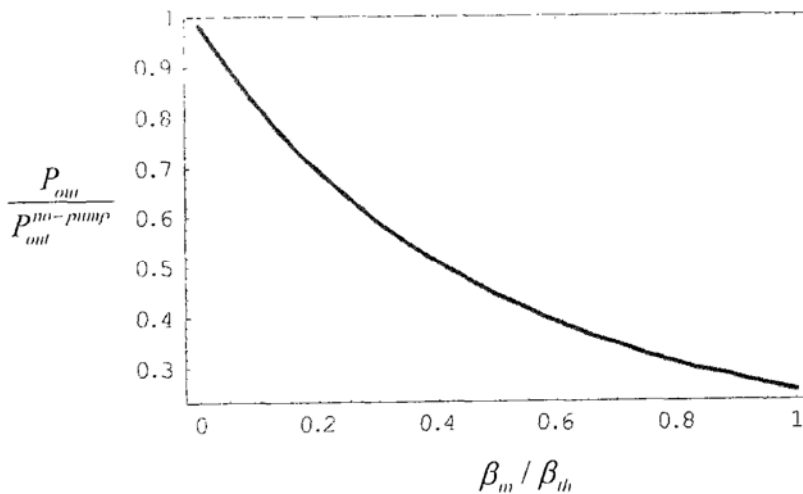


Fig.3.3.2 参量过程缩小比例随抽运程度的变化曲线

图 3.3.2 显示了输出耦合镜透射基频场功率在有抽运场时相对于没有抽运场的缩小比例随抽运强度参数 $R_\beta = \frac{\beta_m}{\beta_m}$ 的变化曲线。参数分别为 $\frac{\gamma_{ac}}{\gamma} = 0.047$,

$$\frac{\gamma_{ac}}{\gamma} = 0.778, \quad R_\alpha = \frac{\alpha_m}{\beta_m} = 0.63。$$

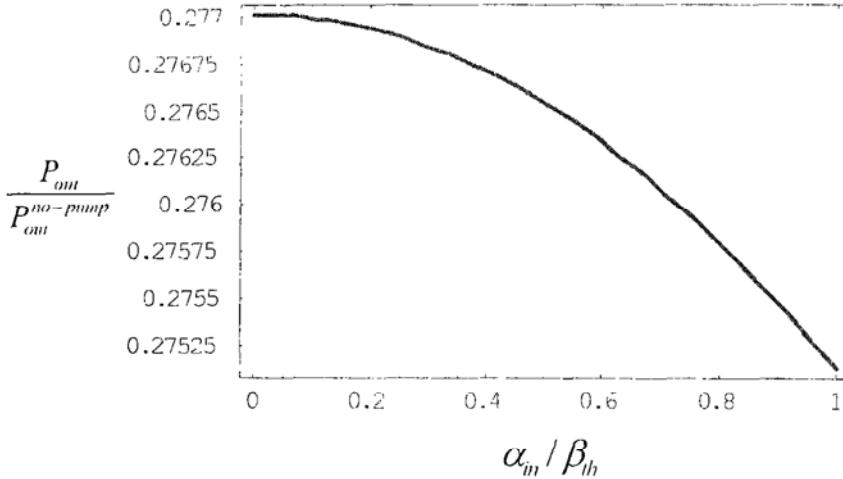


Fig.3.3.3 参量过程缩小比例随注入信号场强度参数的变化曲线

图 3.3.3 显示了输出耦合镜透射基频场功率在有抽运场时相对于没有抽运场的缩小比例随注入基频场强度参数 $R_\alpha = \frac{\alpha_m}{\beta_m}$ 的变化曲线。参数 $R_\beta = \frac{\beta_m}{\beta_m} = 0.9$ ，其它参数

同上，可见注入基频场对缩小比例影响不大。

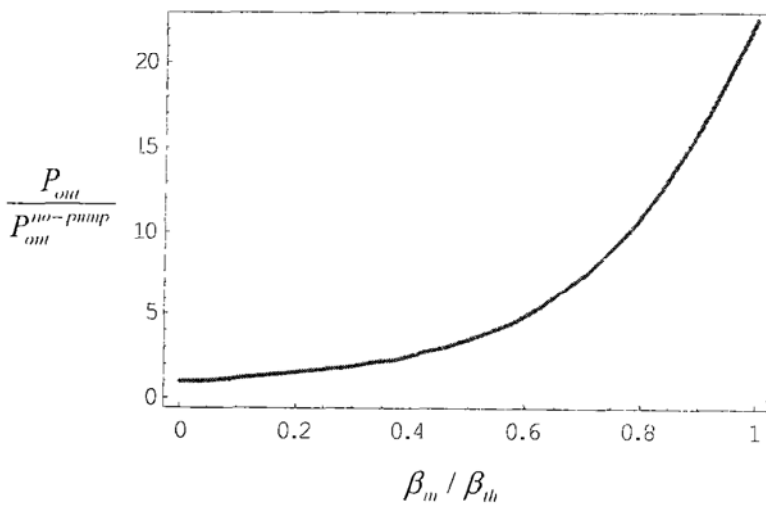


Fig.3.3.4 参量过程放大倍数随抽运程度的变化曲线

图 3.3.4 显示了输出耦合镜透射基频场功率在有抽运场时相对于没有抽运场的放大倍数随抽运强度参数 $R_\beta = \frac{\beta_m}{\beta_m}$ 的变化曲线。参数同图 3.3.2。

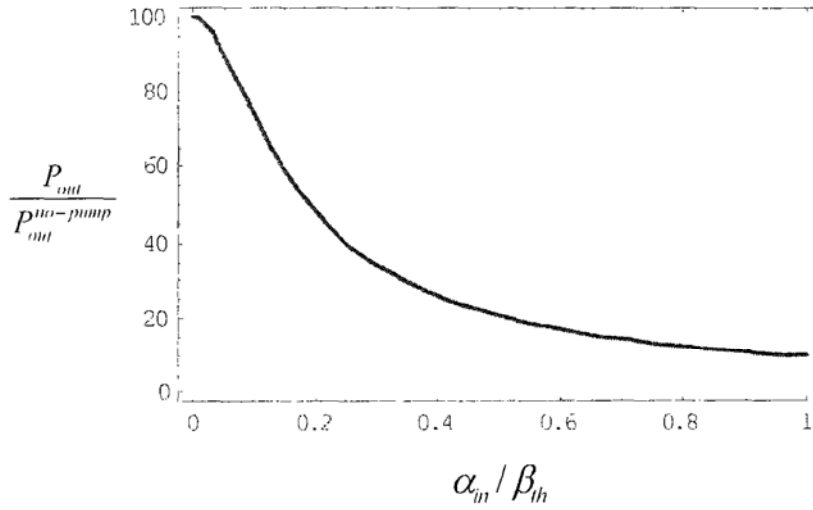


Fig.3.3.5 参量过程放大倍数随注入信号场强度参数的变化曲线

图 3.3.5 显示了输出耦合镜透射基频场功率在有抽运场时相对于没有抽运场的放大倍数随注入基频场强度参数 $R_\alpha = \frac{\alpha_m}{\beta_m}$ 的变化曲线。参数 $R_\beta = \frac{\beta_m}{\beta_m} = 0.9$ ，其它参数同上，可见注入基频场对放大倍数有较大影响，和缩小时的情况不同。

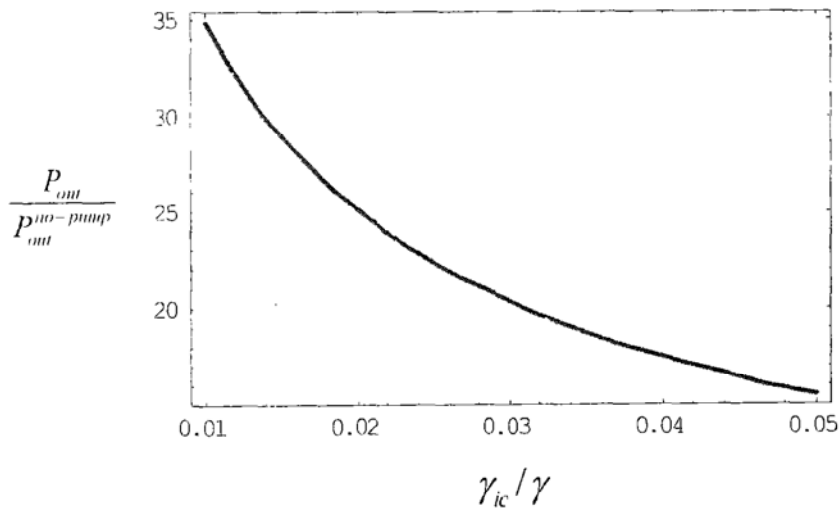


Fig.3.3.6 参量过程放大倍数随输入镜损耗参数的变化曲线

图 3.3.6 显示了输出耦合镜透射基频场功率在有抽运场时相对于没有抽运场的

放大倍数随信号场输入镜损耗参数 $R_{ic} = \frac{\gamma_{ic}}{\gamma}$ 的变化曲线。参数 $R_{\beta} = \frac{\beta_m}{\beta_m} = 0.9$ ，其它参

数同上，可见输入镜损耗参数对放大倍数影响较大。

总之，从经典特性来看，对于参量缩小，有抽运场注入时输出镜透射基频场的功率和没有抽运场时相比的缩小极限为 1/4，这一点和谐振腔的各个参数、以及注入基频场的功率大小关系不大；而对于参量放大，透射基频场的功率放大倍数和谐振腔输入镜损耗在总损耗中所占的比例以及注入基频场功率和参量振荡抽运场阈值功率的比例有关，两者越小，放大倍数越大，这主要是因为参量放大过程一方面是对谐振腔阻抗匹配特性的改善，另一方面是抽运场功率到基频场功率的转化 [3.49.3.50.3.51]。

3.3.3 DOPA 的量子特性

同经典特性的分析一样，我们取 $\gamma_{sh} = \gamma_{ic,sh}$ ， $\gamma_{ic,sh} \gg \gamma_{l,sh}$ ，和 $\gamma_{ic,sh} \gg \gamma_{oc,sh}$ ，在对于基频场量子噪声的分析中，从 (3.3.17) 式，可以忽略掉抽运场由输出耦合镜和腔内损耗引入的真空起伏，仅考虑输入抽运场本身噪声的影响，利用双光子损耗速率

参数 $\mu = \frac{k^2}{2\gamma_{sh}}$ 的定义，式 (3.3.22) 表示为：

$$\begin{aligned} \delta \dot{\hat{a}}(t) = & -(\gamma + 2\mu\alpha^* \alpha) \delta \hat{a}(t) + (2\sqrt{\mu}\beta_{ic,m} - \mu\alpha^2) \delta \hat{a}^+(t) \\ & + 2\sqrt{\mu}\alpha^* \delta \hat{b}_{ic,m}(t) + \delta \hat{a}_m(t) \end{aligned} \quad (3.3.40)$$

由此，利用正交算符和湮灭算符的关系式：正交振幅算符 $\hat{X}^+(t) = \hat{a}(t) + \hat{a}^+(t)$ 、正交相位算符 $\hat{X}^-(t) = -i(\hat{a}(t) - \hat{a}^+(t))$ ，可以得到时域正交算符起伏的运动方程式：

$$\delta \dot{\hat{X}}^{\pm}(t) = -(\gamma + 2\mu\alpha^2 + \xi^{\pm}) \delta \hat{X}^{\pm}(t) + 2\sqrt{\mu}\alpha \delta \hat{Y}_{ic,m}^{\pm}(t) + \delta \hat{X}_m^{\pm}(t) \quad (3.3.41)$$

其中，定义参数 $\xi^{\pm} = \pm(\mu\alpha^2 - 2\sqrt{\mu}\beta_{ic,m})$ ，对于正交振幅算符，上式皆取正号，对于正交相位算符，上式皆取负号。经 Fourier 变换（参见附录 A）后，有：

$$i2\pi\Omega \delta \hat{X}^{\pm}(\Omega) = -(\gamma + 2\mu\alpha^2 + \xi^{\pm}) \delta \hat{X}^{\pm}(\Omega) + 2\sqrt{\mu}\alpha \delta \hat{Y}_{ic,m}^{\pm}(\Omega) + \delta \hat{X}_m^{\pm}(\Omega) \quad (3.3.42)$$

整理得：

$$\delta \hat{X}_m^\pm(\Omega) = \frac{2\sqrt{\mu}\alpha\delta \hat{Y}_m^\pm(\Omega) + \delta \hat{X}_m^\pm(\Omega)}{(\gamma + 2\mu\alpha^2 + \xi^\pm) + i2\pi\Omega} \quad (3.3.43)$$

利用输出镜透射基频场的输入输出公式 (3.3.13) 的 Fourier 变换 $\delta \hat{X}_{out}^\pm(\omega) = \sqrt{2\gamma_{oc}}\delta \hat{X}^\pm(\omega) - \delta \hat{X}_{in}^\pm(\omega)$, 输出场的正交算符表示为:

$$\delta \hat{X}_{out}^\pm(\Omega) = \sqrt{2\gamma_{oc}} \frac{2\sqrt{\mu}\alpha\delta \hat{Y}_m^\pm(\Omega) + \delta \hat{X}_m^\pm(\Omega)}{(\gamma + 2\mu\alpha^2 + \xi^\pm) + i2\pi\Omega} - \delta \hat{X}_{in}^\pm(\omega) \quad (3.3.44)$$

将上式整理后, 我们得到:

$$\begin{aligned} \delta \hat{X}_{out}^\pm(\Omega) = & \sqrt{2\gamma_{oc}} \frac{\sqrt{2\gamma_{in}}\delta \hat{X}_{in}^\pm(\Omega) + 2\sqrt{\mu}\alpha\delta \hat{Y}_m^\pm(\Omega) + \sqrt{2\gamma_{in}}\delta \hat{X}_m^\pm(\Omega)}{(\gamma + 2\mu\alpha^2 + \xi^\pm) + i2\pi\Omega} \\ & + \frac{2\gamma_{in} - (\gamma + 2\mu\alpha^2 + \xi^\pm) - i2\pi\Omega}{(\gamma + 2\mu\alpha^2 + \xi^\pm) + i2\pi\Omega} \delta \hat{X}_{in}^\pm(\Omega) \end{aligned} \quad (3.3.45)$$

由此得到输出耦合镜透射基频场的正交噪声和基频场输入噪声、真空噪声以及抽运场噪声的关系表达式:

$$V_{out}^\pm(\Omega) = 1 - \frac{4\gamma_{in}(\gamma_{in} + 2\mu\alpha^2 + \xi^\pm - \gamma_{in}V_{in}^\pm(\Omega) - 2\mu\alpha^2V_{in}^\pm(\Omega))}{(\gamma + 2\mu\alpha^2 + \xi^\pm)^2 + (2\pi\Omega)^2} \quad (3.3.46)$$

其中, 已将所有真空噪声取为 1。

假设基频输入场和抽运输入场都是相干态, (3.3.46) 式可进一步简化为:

$$V_{out}^\pm(\Omega) = 1 - \frac{4\gamma_{oc}\xi^\pm}{(\gamma + 2\mu\alpha^2 + \xi^\pm)^2 + (2\pi\Omega)^2} \quad (3.3.47)$$

利用阈值表达式(3.3.27)内腔基频场表达式(3.3.33), 参数 ξ^\pm 可以表示为:

$$\xi^\pm = \gamma\zeta^\pm = \pm\gamma \left(\frac{1}{2}\alpha_{in}^2 - \frac{\beta_m}{\beta_{th}} \right) \quad (3.3.48)$$

其中定义:

$$\alpha_{inout} \left(\gamma, \gamma_{in}, \gamma_{oc}, \frac{\alpha_m}{\beta_{th}}, \frac{\beta_m}{\beta_{th}} \right) = \sqrt{\frac{2\mu}{\gamma}} \alpha = \left(-\frac{q}{2} + \Delta^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{3}} + \left(-\frac{q}{2} - \Delta^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.3.49)$$

这样, 再利用谐振腔基频光损耗速率 γ 和腔线宽 $\Delta\nu$ 的关系式 (见 3.3.5), (3.3.47) 式改写为:

$$V_{in-out}^{\pm}(\Omega) = 1 - \frac{4\gamma_{in}}{\gamma} \frac{\zeta^{\pm}}{\left(1 + \alpha_{in-out}^2 + \zeta^{\pm}\right)^2 + \left(\frac{2\Omega}{\Delta\nu}\right)^2} \quad (3.3.50)$$

对于正交振幅噪声，具体表示为：

$$V_{in-out}^{\pm}(\Omega) = 1 - \frac{4\gamma_{in}}{\gamma} \frac{\left(\frac{1}{2}\alpha_{in-out}^2 - \frac{\beta_m}{\beta_{th}}\right)}{\left(1 + \frac{3}{2}\alpha_{in-out}^2 - \frac{\beta_m}{\beta_{th}}\right)^2 + \left(\frac{2\Omega}{\Delta\nu}\right)^2} \quad (3.3.51)$$

对于正交相位噪声，具体表示为：

$$V_{in-out}^{\pm}(\Omega) = 1 - \frac{4\gamma_{in}}{\gamma} \frac{\left(\frac{\beta_m}{\beta_{th}} - \frac{1}{2}\alpha_{in-out}^2\right)}{\left(1 + \frac{1}{2}\alpha_{in-out}^2 + \frac{\beta_m}{\beta_{th}}\right)^2 + \left(\frac{2\Omega}{\Delta\nu}\right)^2} \quad (3.3.52)$$

由式(3.3.51)和式(3.3.52)，可以看出，当 β_m 为负实数，(3.3.51)式始终小于1，正交振幅分量噪声在散粒噪声以下，而式(3.3.52)始终大于1，正交相位分量噪声高于散粒噪声基准，这样就得到了正交振幅压缩光，相应于前面的参量缩小过程。

当 β_m 为正实数时，要得到正交相位压缩光，还必须要求注入基频场功率较小，这样(3.3.51)式大于1，式(3.3.52)小于1，相应于前面的参量放大过程。所以正交相位压缩光受注入基频场功率影响大，注入功率越大，正交相位压缩度越低。当然，注入基频场功率对于正交振幅压缩也有降低的作用，但从下面的计算中可以看出，这种影响很小。

而对于真空态压缩的产生，没有注入基频场，此时，注入抽运场和基频场的相对相位没有意义，上两式分别表示正交分量在放大方向上的噪声和在压缩方向上的噪声，可以简化为：

$$V_{in-out}^{\pm}(\Omega) = 1 \pm \frac{4\gamma_{in}}{\gamma} \frac{\frac{\beta_m}{\beta_{th}}}{\left(1 - \frac{\beta_m}{\beta_{th}}\right)^2 + \left(\frac{2\Omega}{\Delta\nu}\right)^2} \quad (3.3.53)$$

和：

$$V_{out}^-(\Omega) = 1 - \frac{4\gamma_{sc}}{\gamma} \frac{\frac{\beta_m}{\beta_{th}}}{\left(1 + \frac{\beta_m}{\beta_{th}}\right)^2 + \left(\frac{2\Omega}{\Delta\nu}\right)^2} \quad (3.3.54)$$

这种情况相应于文献(3.67)、(3.68)中的情况。

图 3.3.7 给出了在测量频率 0Hz 处, 输出场正交振幅噪声随抽运参数 $R_\beta = \frac{\beta_m}{\beta_{th}}$ 的变化曲线。参数分别为 $\frac{\gamma_{sc}}{\gamma} = 0.047$, $\frac{\gamma_{oc}}{\gamma} = 0.778$, $R_\alpha = \frac{\alpha_m}{\beta_{th}} = 0.63$, $\Delta\nu = 12\text{MHz}$ 。可以看出, 抽运功率越接近阈值, 输出噪声越低, 压缩度约大, 但在抽运参数大于 0.5 以后, 输出光噪声变化不大。

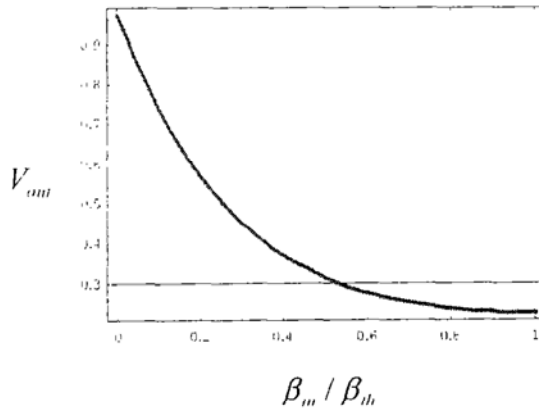


Fig.3.3.7 正交振幅噪声随抽运强度的变化曲线。

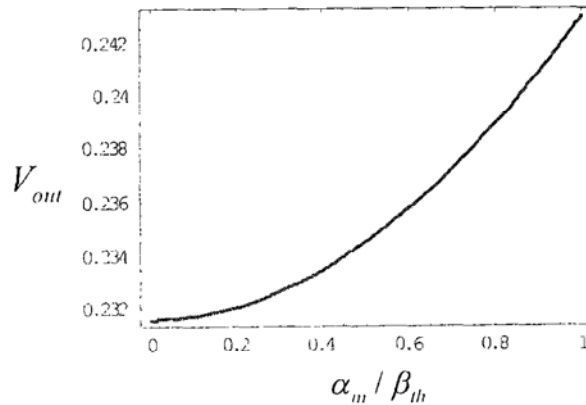


Fig.3.3.8 正交振幅噪声随注入基频场强度的变化曲线。

图 3.3.8 给出了在抽运参数 $R_\beta = \frac{\beta_m}{\beta_{th}} = 0.8$ 时, 输出场正交振幅噪声随基频场输

入场参数 $R_\alpha = \frac{\alpha_m}{\beta_{th}}$ 的变化曲线。其它参数值同上图。可以看出，随着注入光功率的增加，输出噪声升高，但变化不大。

图 3.3.9 给出了在抽运参数 $R_\beta = \frac{\beta_m}{\beta_{th}} = 0.8$ 时，基频场输入光参数 $R_\alpha = \frac{\alpha_m}{\beta_{th}} = 0.1$ 时，输出场正交振幅随探测频率的变化曲线。其它参数值同上图。可以看出，随着

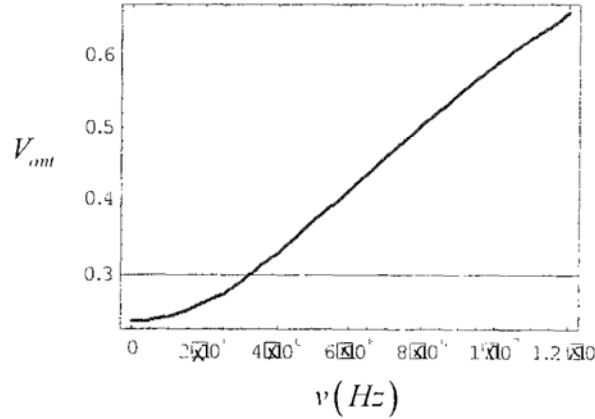


Fig.3.3.9 正交振幅噪声随探测频率的变化曲线。

探测频率增加，输出噪声抬高很快，所以我们只有在低于 3MHz 进行测量才能得到较大的压缩度。当然，在实验中为了克服这一限制，我们可以增加谐振腔的带宽。

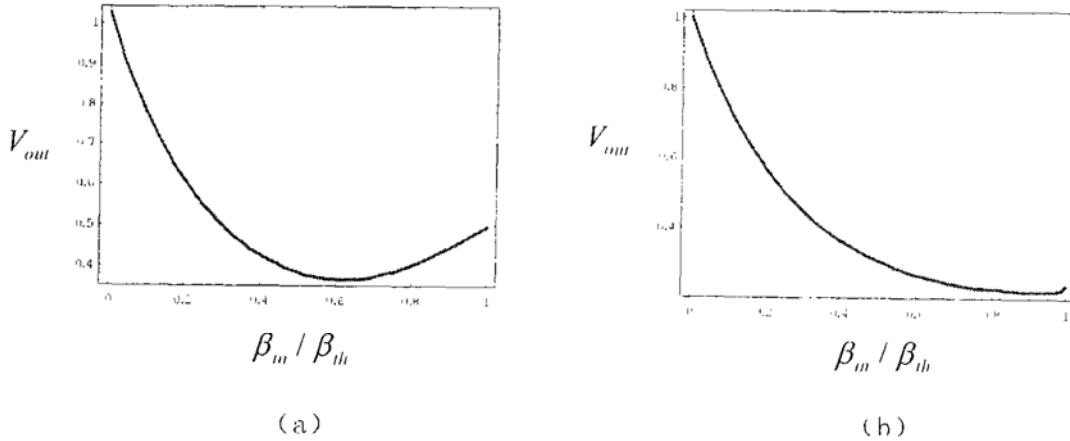


Fig.3.3.10 正交相位噪声随抽运强度的变化曲线

图 3.3.10 输出场正交相位噪声随抽运参数 $R_p = \frac{\beta_m}{\beta_{th}}$ 的变化曲线。(a)、(b) 的

注入基频场参数分别为 $R_\alpha = \frac{\alpha_m}{\beta_{th}} = 0.63$ 和 $R_\alpha = \frac{\alpha_m}{\beta_{th}} = 0.01$ ，其它参数分别为 $\frac{\gamma_{ic}}{\gamma} = 0.1$ ，

$\frac{\gamma_{oc}}{\gamma} = 0.8$ ， $\Delta\nu = 12MHz$ 。可以看出，对正交相位噪声，在一定的注入场功率下，并

非越接近阈值，噪声越低，而是有一最佳点。

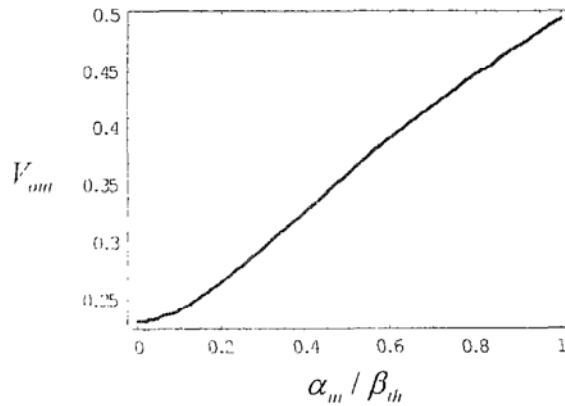


Fig.3.3.11 正交相位噪声随注入基频场强度的变化曲线。

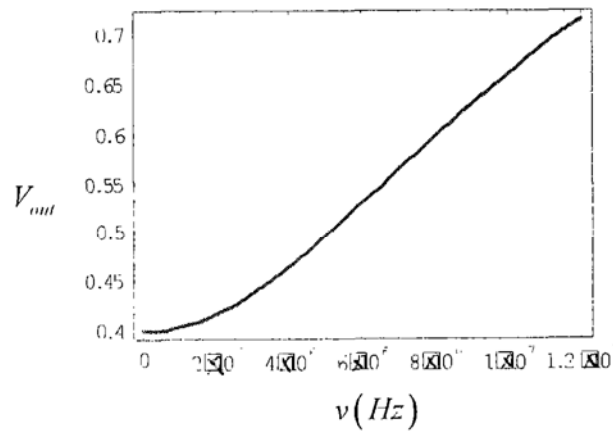


Fig.3.3.12 正交振幅噪声随探测频率的变化曲线。

图 3.3.11 输出场正交相位噪声随注入场参数 $R_\alpha = \frac{\alpha_m}{\beta_{th}}$ 的变化曲线，其它参数分

别为 $\frac{\gamma_{ic}}{\gamma} = 0.1$ ， $\frac{\gamma_{oc}}{\gamma} = 0.8$ ， $\Delta\nu = 12MHz$ 。可以看出，和正交振幅噪声曲线相比，两者

略有差别，但总的趋势一样：注入功率越低，压缩越大。

图 3.3.12 输出场正交相位噪声随探测频率的变化曲线，其它参数同前。可以看出，和正交振幅噪声曲线相比，两者略有差别，但总的趋势一样：频率越低，压缩越大。

图 3.3.13 和图 3.3.14 分别显示了输出场真空压缩态的压缩分量正交算符噪声随抽运参数和探测频率的变化情况。

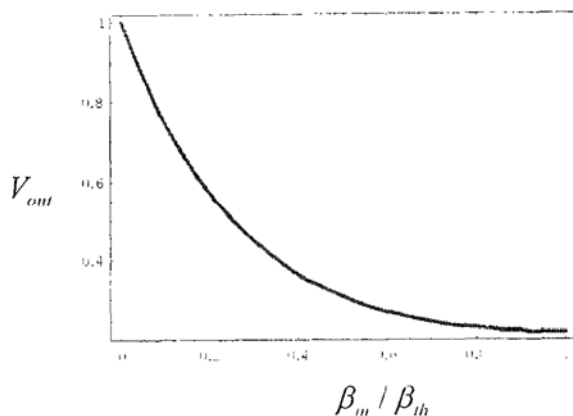


Fig.3.3.13 真空噪声随抽运参数的变化曲线。

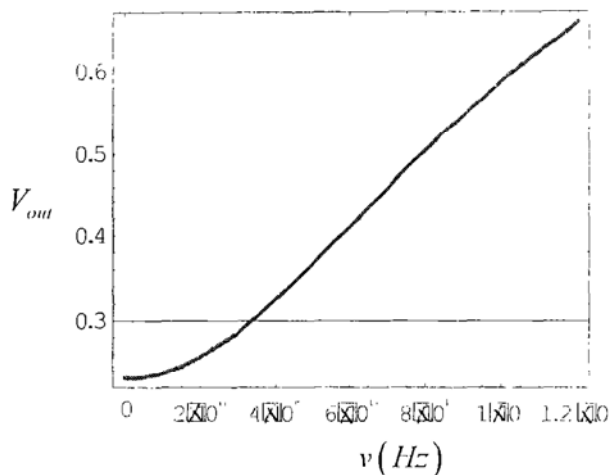


Fig.3.3.14 真空噪声随探测频率的变化曲线。

总之，输出镜透射基频场的噪声：在参量缩小时，得到正交振幅压缩态，此时，注入基频场功率大小对压缩度大小影响不大；在参量放大时，得到正交相位压缩态，注入基频场功率大小对压缩度大小影响较大；在没有基频场注入时，得到真空正交压缩态；三种压缩态压缩度的大小主要取决于输出镜损耗在谐振腔总损耗中占的比例，抽运功率相对于阈值的比例，和探测频率相对于谐振腔线宽的比例；输出镜损

耗比例越大，压缩度越高，从公式中容易看出后者随前者基本呈线性变化；抽运功率比例越大，压缩度越高，但在抽运功率高于阈值功率的 2/3 以上，压缩度变化不大，而探测频率越低，压缩度越大，一般选取谐振腔线宽的 1/10 就可以。

在实际的实验装置中，对于真空压缩，由于没有注入基频场，所以无法锁定谐振腔到压缩光束的频率上，这样无法维持装置的长期稳定运行，所以人们在实际应用中一般都利用正交振幅压缩态或正交相位压缩态。

和经典特性分析的结论比较，可以发现，正交算符的噪声特性和经典特性是一致的，这一点从参量过程最简单的理论分析即可以看出^[3 46]，这样我们可以在实验中通过容易观察的功率放大倍数来判断模式匹配等是否到了得到了最佳。

3.3.4 改变相对相位时 DOPA 的输出

假定注入基频场功率和参量振荡抽运场阈值功率相比很小，这样在稳态情况下，忽略(3.3.21)中的三次项，得到方程式：

$$0 = -\gamma a(t) + 2\sqrt{\mu}\alpha^*(t)\beta_m(t) + \sqrt{2\gamma_{ic}}\alpha_m(t) \quad (3.3.55)$$

假定注入基频场 a_m 始终为实数，注入抽运场和基频场的相对相位 ϕ 通过含有抽运场的参数 $\varepsilon = \varepsilon_0 e^{-i\phi} = 2\sqrt{\mu}\beta_m(t)$ 来表示。由于腔是共振的，所以可以取腔内基频场湮灭算符的期望值也为实数，即 $a = a^*$ 。方程的解表示为：

$$a = \frac{\sqrt{2\gamma_{ic}} a_{in}}{\gamma - \varepsilon_0 e^{-i\phi}} \quad (3.3.56)$$

利用输入输出关系，输出镜基频透射场表示为：

$$a_{out} = \sqrt{2\gamma_{oc}} a = \frac{2\sqrt{\gamma_{oc}\gamma_{ic}} a_m}{\gamma - \varepsilon_0 e^{-i\phi}} \quad (3.3.57)$$

这样，有抽运场时和没有抽运场时相比，基频场的增益为：

$$\frac{a_{out}}{a_{out0}} = \frac{\gamma}{\gamma - \varepsilon_0 e^{-i\phi}} \quad (3.3.58)$$

其中， a_{out0} 表示没有抽运场时的透射基频场。考虑实际装置中有参量振荡阈值的限制，所以 ε_0 的取值需满足 $\varepsilon_0 \leq \gamma$ 。这样明显可以看到，对于参量缩小，表示为功率时，上式的理论极限为 1/4，而参量放大，则可以无穷大，这和前面的经典特性分析相一

致。

图 3.3.15 显示了谐振腔基频场透射输出的功率增益随注入抽运场和基频场相对相位的变化曲线，参数值为 $\frac{\epsilon_0}{\gamma} = 0.8$ 。可以看出，在放大时，变化急剧，而缩小时，变化缓慢。

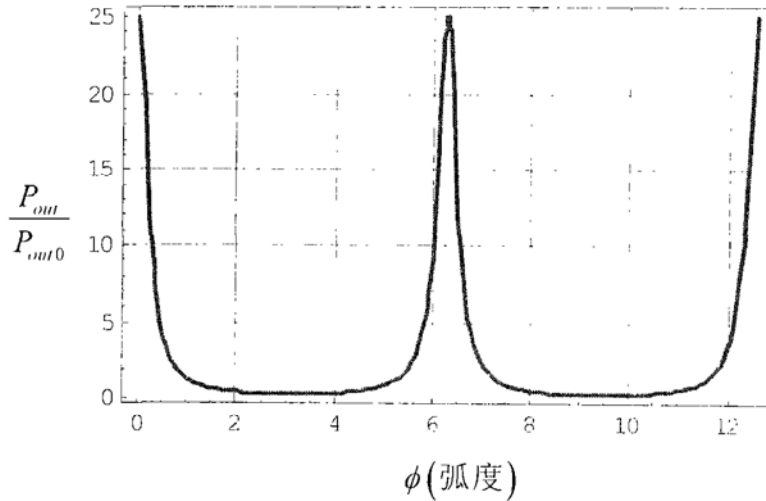


Fig.3.3.15 透射输出功率随抽运场和基频场相对相位的变化曲线

在这里，当相对相位为 0 时，为最大放大，当相对相位为 π 时，为最大参量缩小。这儿和 3.2.2 中相对相位的差别主要是，在 3.2.2 中为了处理晶体中抽运场和基频场相位失配时的情况，我们将参量过程方程式(3.2.1)中的 i 因子放到了抽运场的相位指数项上^[3.52]，而在这里却没有，当然，3.2.2 的相对相位才是实际情况中的相对相位。

3.3.5 实验参数和理论参数的关系

为了便于对实际装置的分析 and 优化，这一部分将前面理论分析中的参数和具体实验参数的关系作一描述^[3.16,3.53,3.54]。

注入基频场、抽运场功率和相应湮灭算符的关系式为：

$$P_{\omega_1, in/out} = |\alpha_{in/out}|^2 \hbar \omega_1 \quad (3.3.59)$$

$$P_{\omega_2, in/out} = |\beta_{in/out}|^2 \hbar \omega_2 \quad (3.3.60)$$

其中， ω_1 为基频光角频率， ω_2 为抽运光角频率。腔内的基频光循环功率与湮灭算符的关系为：

$$P_c = |\alpha|^2 \hbar \omega_1 / \tau \quad (3.3.61)$$

其中 τ 为基频光在腔内循环一周所用的时间。

晶体的单次通过基频光向倍频光的转换系数 E_{NI} 定义为^[3.16]:

$$E_{NI} = \frac{P_{SHG}}{(P_w)^2} = \frac{16\pi^2 d_{eff}^2 h l}{\lambda^3 n_{\omega_1} n_{\omega_2} \epsilon_0 c} \quad (3.3.62)$$

其中, h 为 Boyd-Kleinman 聚焦因子^[3.55], l 是晶体长度, $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega_1}$ 是真空中基频

光波长, n_{ω_1} 、 n_{ω_2} 分别为基频光和倍频光在晶体中传播时的折射率, c 为真空中的光

速, ϵ_0 为真空的介电常数, d_{eff} 为晶体的有效非线性系数, 对于利用非线性张量中 d_{33}

的一阶准相位匹配 PPKTP, 从 1064nm 到 532nm 的倍频的 $d_{eff} = \frac{2}{\pi} d_{33} = 9.5 \text{ pm/V}$ ^[3.53]。

对于 10mm 长的 PPKTP 晶体, 当聚焦因子取 $h=1$, 理论上计算得晶体的单次通过转换系数为 $E_{NI} = 1.55\%/W$, 是通常所用角度相位匹配 5mm 长 KTiOPO₄ 晶体的 3.7 倍。

双光子损耗速率 μ 和 E_{NI} 的关系为^[3.16]:

$$\mu = \frac{\hbar \omega_1}{2\tau^2} E_{NI} \quad (3.3.63)$$

谐振腔的自由光谱区 FSR 、线宽 $\Delta\nu$ 、总强度损耗 δ 、精细度 $Finesse$ 之间有如下关系:

$$Finesse = \frac{FSR}{\Delta\nu} = \frac{2\pi}{\delta} \quad (3.3.64)$$

谐振腔的自由光谱区和腔内基频光循环时间有如下关系:

$$FSR = \frac{1}{\tau} \quad (3.3.65)$$

谐振腔对基频光的振幅损耗速率 γ 和谐振腔的其它表示参数的关系为 (对于高精度谐振腔成立):

$$\gamma = \frac{\delta}{2\tau} = \frac{1}{2\tau} \frac{2\pi}{Finesse} = \frac{\pi \times FSR}{Finesse} = \pi \times \Delta\nu \quad (3.3.66)$$

相应的, γ_{ic} 与输入镜功率透射率的关系为 $\gamma_{ic} = \frac{T_{ic}}{2\tau}$, γ_{oc} 与输出镜功率透射率的关系

为 $\gamma_{oc} = \frac{T_{oc}}{2\tau}$, 且有 $\gamma = \gamma_{ic} + \gamma_l + \gamma_{oc}$ 。

将上述各关系代入阈值表达式 (3.3.27), 得到参量振荡的阈值功率表达式为:

$$P_{\omega_s, \omega_b} = \left| \frac{\pi}{\text{Finesse} \sqrt{E_{NI}}} \right|^2 \quad (3.3.67)$$

这就是文献 3.16 中所用的公式。

3.3.6 压缩态的探测

1、利用本底振荡光探测正交压缩

探测正交压缩通常采用平衡零拍探测装置，它由一个 50/50 分束器 (BS)、两个高量子效率探测器、和一个减法器组成，装置示意如图 3.3.16 所示。

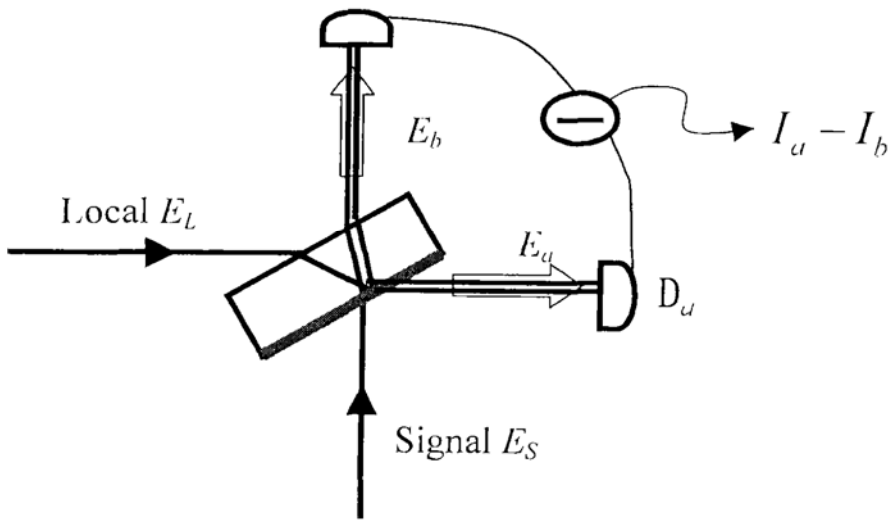


图 3.3.16 平衡零拍探测系统

频率为 ω 的单模本底振荡光场和信号光场的电场强度算符分别可以用正交振幅算符 \hat{A} 和正交位相算符 \hat{P} 表示为^[3.16]

$$\hat{E}_L(t) \propto \hat{A}_L \cos(\omega t + \theta) + \hat{P}_L \sin(\omega t + \theta) \quad (3.3.68)$$

$$\hat{E}_S(t) \propto \hat{A}_S \cos(\omega t) + \hat{P}_S \sin(\omega t) \quad (3.3.69)$$

其中， θ 表示本底光场与信号光场的相对相位。经分束器后，光场 \hat{E}_u 、 \hat{E}_b 分别表示为

$$\begin{aligned} \hat{E}_a &\propto \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{E}_L - \hat{E}_S) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left\{\left(\hat{A}_L \cos \theta + \hat{P}_L \sin \theta - \hat{A}_S\right) \cos \omega t + \left(-\hat{A}_L \sin \theta + \hat{P}_L \cos \theta - \hat{P}_S\right) \sin \omega t\right\} \end{aligned} \quad (3.3.70)$$

$$\begin{aligned} \hat{E}_b &\propto \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{E}_L + \hat{E}_S) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}\left\{\left(\hat{A}_L \cos \theta + \hat{P}_L \sin \theta + \hat{A}_S\right) \cos \omega t + \left(-\hat{A}_L \sin \theta + \hat{P}_L \cos \theta + \hat{P}_S\right) \sin \omega t\right\} \end{aligned} \quad (3.3.71)$$

由于探测器的响应时间远大于光场的振荡周期，所以探测器的探测是对光场多个整数周期的平均响应^[3,56]。探测器 D_a 、 D_b 探测到的光电流可以表示为：

$$\begin{aligned} I_a &\propto \left\langle \hat{E}_a^+ \hat{E}_a \right\rangle = \left\langle \hat{E}_a^2 \right\rangle \\ &= \frac{1}{4} \left\{ \left(A_L - A_S \cos \theta - P_S \sin \theta \right)^2 + \left(P_L + A_S \sin \theta - P_S \cos \theta \right)^2 \right\} \end{aligned} \quad (3.3.72)$$

$$\begin{aligned} I_b &\propto \left\langle \hat{E}_b^+ \hat{E}_b \right\rangle = \left\langle \hat{E}_b^2 \right\rangle \\ &= \frac{1}{4} \left\{ \left(A_L \cos \theta + P_L \sin \theta + A_S \right)^2 + \left(-A_L \sin \theta + P_L \cos \theta + P_S \right)^2 \right\} \end{aligned} \quad (3.3.73)$$

经过减法器后输出的电流为：

$$I_a - I_b = -\left(A_L A_S + P_L P_S \right) \cos \theta + \left(A_L P_S - P_L A_S \right) \sin \theta \quad (3.3.74)$$

输出的电流差起伏为：

$$\begin{aligned} \delta \left(I_a - I_b \right) &= -\left(A_L \delta A_S + A_S \delta A_L + P_L \delta P_S + P_S \delta P_L \right) \cos \theta \\ &+ \left(A_L \delta P_S + P_S \delta A_L - P_L \delta A_S - A_S \delta P_L \right) \sin \theta \end{aligned} \quad (3.3.75)$$

由于 $\langle \hat{A}_L \rangle = A_L \gg \langle \hat{A}_S \rangle = A_S$ 、 $\langle \hat{P}_L \rangle = P_L$ 、 $\langle \hat{P}_S \rangle = P_S = 0$ ，所以上式简化为：

$$\delta \left(I_a - I_b \right) \approx -A_L \delta A_S \cos \theta + A_L \delta P_S \sin \theta \quad (3.3.76)$$

相应地，输出的噪声功率为：

$$P_{om} \propto \left\langle \delta^2 \left(I_a - I_b \right) \right\rangle = -A_L^2 \left(\delta A_S \cos \theta + \delta P_S \sin \theta \right)^2 \quad (3.3.77)$$

若本底振荡光场与信号光场的相对相位 $\theta = 0$ ，则：

$$P_{om} \propto \left\langle \delta^2 \left(I_a - I_b \right) \right\rangle = -A_L^2 \left[\delta^2 A_S \right] \quad (3.3.78)$$

平衡零拍探测系统测量的物理量是压缩信号光场正交振幅分量的噪声功率；若 $\theta = \pi/2$ ，则：

$$P_{om} \propto \left\langle \delta^2 \left(I_a - I_b \right) \right\rangle = -A_L^2 \left[\delta P_S \right]^2 \quad (3.3.79)$$

零拍探测器测量的物理量是压缩信号光场正交位相分量的噪声功率。当没有信号光场，本地光场为相干态光场，则探测到的为相应散粒噪声基准。

因此，在测量正交压缩态光场的过程中，我们可通过选择本底振荡光和信号光场的相对位相来测量压缩信号光场的正交振幅分量噪声功率或正交位相分量噪声功率。

2、自平衡零拍探测系统探测明亮正交振幅压缩光

探测装置如图 3.3.17 所示，它由一个 50/50 的分束镜 (BS)、两个高量子效率探测器 (D_a 、 D_b)、一个加法器 (Add) 和一个减法器 (Sub) 组成，和平衡零拍装置相比较，

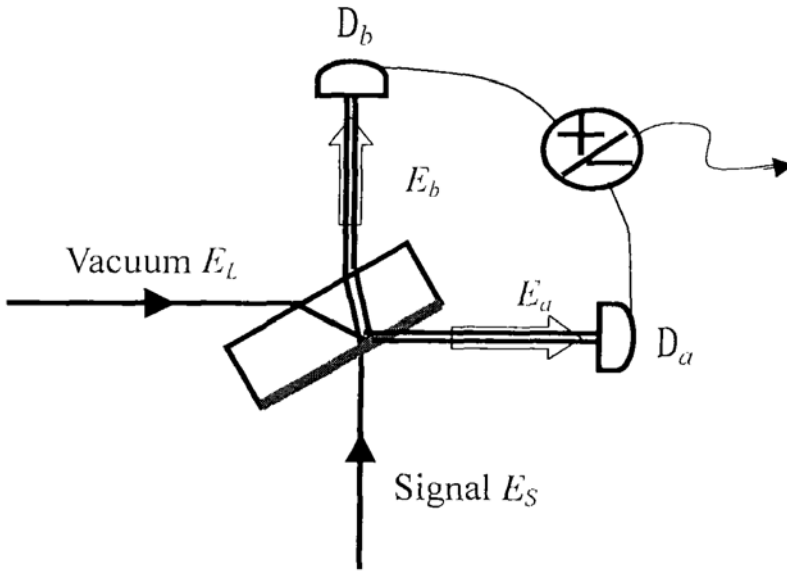


图 3.3.17 自平衡零拍探测系统

它没有本底振荡光，分束器的另一端口有真空噪声来填充，在实际的实验操作中，由于不需要对本底光场和信号光场进行模式匹配，所以测量方法简便，但它的缺点是只能测量信号光场的正交振幅分量噪声，所以只能用于测量正交振幅压缩光。利用和平衡零拍系统相同的分析方法，两探测器输出电流的相减起伏为：

$$\begin{aligned} \delta(I_a - I_b) = & -(A_L \delta A_S + A_S \delta A_L + P_L \delta P_S + P_S \delta P_L) \cos \theta \\ & + (A_L \delta P_S + P_S \delta A_L - P_L \delta A_S - A_S \delta P_L) \sin \theta \end{aligned} \quad (3.3.80)$$

由于 $\langle \hat{A}_L \rangle = A_L = 0$, $\langle \hat{A}_S \rangle = A_S \gg 0$, $\langle \hat{P}_L \rangle = P_L = \langle \hat{P}_S \rangle = P_S = 0$, 且有 $\langle [\delta A_L]^2 \rangle = \langle [\delta P_L]^2 \rangle = 1$, 所以：

$$\delta(I_a - I_b) = -A_s (\delta A_L \cos \theta + \delta P_L \sin \theta) \quad (3.3.81)$$

$$\langle \delta^2(I_a - I_b) \rangle = A_s^2 \left(\langle [\delta A_L]^2 \rangle \cos^2 \theta + \langle [\delta P_L]^2 \rangle \sin^2 \theta \right) \quad (3.3.82)$$

$$\langle \delta^2(I_a - I_b) \rangle = A_s^2 \quad (3.3.83)$$

即为散粒噪声基准。

$$I_a + I_b = \frac{1}{2} \{ A_L^2 + P_L^2 + A_S^2 + P_S^2 \} \quad (3.3.84)$$

$$\delta(I_a + I_b) = A_L \delta A_L + P_L \delta P_L + A_S \delta A_S + P_S \delta P_S \approx A_S \delta A_S \quad (3.3.85)$$

$$\langle \delta^2(I_a + I_b) \rangle = A_S^2 \langle [\delta A_S]^2 \rangle \quad (3.3.86)$$

即为信号光场的正交振幅分量噪声。

3.4 实验装置

产生压缩态光场的实验装置主要包括激光器、光学参量谐振腔、电路伺服部分、以及压缩态光场的探测装置四部分，其中电路伺服部分主要是指激光器的稳频电路、谐振腔腔长的锁定、以及抽运光场和注入信号光场之间相对相位的锁定电路部分。以下逐一简单介绍。

3.4.1、激光器

实验所用激光器是 LD 抽运的全固体化连续单频环形 Nd:YVO₄-KTiOPO₄ 532nm 绿光激光器，激光器的结构基本与 2.2.1 介绍的红外激光器相同。在两凹面镜之间插入了倍频的 KTP 晶体，同时谐振腔凹面镜之间的距离增加了约 2mm，输出镜更换为腔内一面 1064nm 反射率 99.7%、532nm 增透，另一面 532nm 减反的平面镜（整个镜片对绿光透射率大于 90%）。

在设计绿光激光器谐振腔时，要认真选取内腔元件尽量引入小的损耗，使非线性损耗占主导地位。内腔倍频与基波输出在腔形设计上有着很大的不同。设计基频输出谐振腔时，由于输出耦合镜在很宽频段内透射率是不变的，所以对正反方向的光波引入的损耗是相同的，在腔内加入一些元件正反方向引入很小损耗差，腔内就可单向运转单频输出。但在内腔倍频却不同，从内腔倍频理论分析可以看出倍频引

入的非线性损耗与腔内功率密度相关，腔内起振方向的基波非线性损耗大，另一个方向小，所以非线性损耗也是一种损耗差。腔内总的损耗差=单向器引入损耗差-非线性损耗差。在内腔倍频腔形设计上要使单向器引入损耗差大于非线性损耗。这样绿光激光器就容易因为外界干扰而脱离单向运行，所以绿光激光器的调节和长期稳定性的维持都要比红外激光器复杂困难的多。

在 808nm 抽运光功率为 2.5W 时，激光器绿光输出功率为 200mW，偏振方向与竖直方向的夹角为 45° ，长期功率稳定性小于 $\pm 1\%$ ；可同时输出 1064nm 红外 50mW，偏振方向为垂直偏振；红外光频率漂移小于 5MHz/分钟，绿光频率漂移小于 10MHz/分钟。

为了使激光器有较高的频率稳定性和较低的功率波动，实验中对其频率进行了锁定^[3.57]。采用精细度为 150 的 F-P 参考腔作为稳频基准，用锁相放大器产生的 10KHz 信号调制参考腔的 PZT，把探测器所得信号送入锁相放大器，在锁相放大器中通过利用 10KHz 本底振荡信号，解调出一次微分信号，再经 PI 比例积分电路和 HV 高压放大器后反馈到激光器一个腔镜的 PZT 上，从而把激光器的基频光频率锁定于参考腔的共振频率上。锁定以后，测量激光器的频率漂移小于 0.5MHz/分钟。关于稳频的详细内容可参见文献 3.58。稳频以后的激光器在后面的参量过程实验中，基频光和抽运场的相对相位要比不稳频时稳定的多。

3.4.2、光学参量谐振腔

光学参量振荡腔是产生压缩态光场的关键部分，其性能和好坏将直接影响所产生非经典光场的质量。我们在实验中采用分离式光学参量振荡腔。

1、分离式光学参量振荡腔

谐振腔放置腔镜的两个镜架与两块殷钢板连接为一体。一块殷钢板作为镜架的静片，动片和殷钢板通过弹簧和镜架的旋动螺丝连接，腔镜置于动片上；两块殷钢板通过殷钢棒连接为一体，殷钢棒和板的连接处套有橡胶套圈。用来使得两者的吻合更紧密、一体性更好、便于侧面的螺丝的紧固；另外的一块连接三根殷钢棒且与殷钢板平行的铝板主要起使得整体结构不易形变的作用；两殷钢板中间架有一可上下、前后（侧向）、左右（横向）、以及沿光路水平和垂直方向俯仰调节的五维放置非线性晶体的装置；整个 OPO 腔与平台的连接处垫有厚的软胶皮。用来减小平台

到腔震动的传递；整个装置用厚的有机玻璃壳子密封起来且充以净化空气——避免空气流动、温度扰动等造成的干扰；这样整个 OPO 腔具有较高的机械稳定性和较强的抗干扰能力。

OPO 腔输入镜 M1 的凹面对 1064nm 高反，反射率 99.9%，平面对 532nm 增透，整个镜片对 532nm 的透射率为 70%，曲率半径为 30mm；输出镜 M2 的凹面对 1064nm 的反射率为 96.7%，对 532nm 高反，平面对 1064nm 增透，曲率半径为 30mm；腔内周期性极化 KTiOPO_4 晶体 $12 \times 2 \times 1\text{mm}$ （长、宽、厚）（Raicol Crystals），两端面都镀有 1064nm 和 532nm 的双色增透膜，实验利用其 d_{33} 非线性系数；这样两腔镜和晶体就形成了基频光共振、抽运光两次穿过的简并光学参量谐振腔。周期性极化 KTiOPO_4 晶体的电场极化周期为 $9.00 \mu\text{m}$ ，有效非线性系数为 $(2/\pi) d_{33} \approx 9.5\text{pm/V}$ ，要求基频光和抽运光的偏振方向均与 1mm 厚方向（折射率椭球 z 轴）一致；晶体被置于紫铜块之中，紫铜块固定在装有半导体制冷块的金属支架上，通过反馈控温电路控制其温度，控温精度为 0.005°C ，金属支架与 OPO 腔的五维调节架连接在一起。

整个谐振腔采用近共心腔结构，和平凹腔相比，近共心腔由于允许多个不同的腔轴，所以它的准直和模式匹配要容易。实验中，首先在不加晶体时，完成好模式匹配，然后放上晶体、拉长腔长、再完成模式匹配。

2、PPKTP 晶体

磷酸氧钛钾 (KTiOPO_4 , 简称 KTP) 晶体是一种非天然存在的非中心对称晶体，它的最早期人工合成可以追溯到十九世纪末，具有较高的非线性系数，较高的抗光损伤和机械损伤能力，并且透光范围宽，覆盖了从紫外到中红外末端的全部光谱区间。KTP 晶体具有良好的双折射特性，被广泛用于双折射相位匹配，是铁电体，这为周期电场极化制备准相位匹配器件提供了可能。KTP 的生长技术目前已比较成熟，我国北京中非人工晶体研究院和山东大学是国内最好的 KTP 晶体供应商。

目前生长 KTP 晶体主要用两种方法^[3,59,360]：一是水热法，二是熔盐法。水热法生长 KTP 一般生长期为 5~6 星期，生长速度为每星期 1~1.5mm。这种技术生长的 KTP 晶体具有非常好的均匀性和光学质量，但是由于过程非常复杂且设备要求高，因此晶体价格十分昂贵，这就限制了晶体的使用。熔盐法就是用熔融态的盐类作溶剂，让 KTP 慢慢从高温溶液中析出，生长成单晶，是大规模、低成本生长 KTP 晶体的常用方法。

LiNbO₃ 是准相位匹配发展以来优先选用的非线性晶体材料,它有非常明显的优点,如非线性系数大 $d_{33}(2/\pi \cdot 27 \approx 17.2)$,转换效率高,通光范围宽(在红外区间具有良好的透光性),晶体的物理化学性质稳定,生长技术成熟,因此,它的电场极化技术也比较成熟,国外已经有许多 PPLN 产品实现了商品化,应用范围很广。但缺点是光损伤阈值低,光折变效应明显,因而使用时常需加热到 100 摄氏度以上。用 KTP 晶体代替 LiNbO₃ 晶体进行周期极化的最显著的优点就是它的矫顽场电压只有 LiNbO₃ 的十分之一,这一点前面已经提到,另外, KTP 晶体从晶体的性质上在许多方面都是很优良的,只是由于人们对它的了解尚不如 LiNbO₃ 晶体,所以目前很多情况中用的仍是 LiNbO₃ 晶体。文献 3.42 报道从基于 PPLN 的短脉冲 OPO 中产生了 $>6 \mu\text{m}$ 的激光输出,超出了已知的 LiNbO₃ 的 $0.35 \sim 5.5 \mu\text{m}$ 的通光范围,这说明 PPKTP 也有可能产生超过一般文献中的 $0.35 \sim 4.3 \mu\text{m}$ 波长范围的光。

表 3-4-1 是对几种常用的非线性晶体对于从 1064nm 到 532nm 倍频过程和相应的参量过程的多个指标的比较。从表中参数可以看出,综合考虑,PPKTP 晶体是个合适的选择。

表 3-4-1

	有效非线性系数 pm/V	相位匹配类型	匹配方式	损伤阈值 GW/cm ²	吸收 /cm ⁻¹	离散角	单次通过非线性转换效率 %/W(10mm)	简并温度 ℃
PPKTP	9.5	I	温度	0.5	0.01	0	1.28	32
KTP	3.18	II	角度	0.5	0.01	0.26	—	30
5% MgO:LiNbO ₃	4.7	I	温度	0.1	0.002	0	0.48	107
PPLN	17.6	I	温度	0.1	0.002	0	4.39	176

3.4.3、调制边带锁定谐振腔^[3.61,3.62]

用调制边带的方法锁定谐振腔与激光光束频率共振的原理如图 Fig.3.4.1 所示。由半波片和 EOM 电光调制晶体组成的相位调制器在激光光束中心频率两边产生边带,然后经过光隔离器进入谐振腔。谐振腔反射回的激光光束通过光隔离器和注入光束分离,然后进入频带足够宽的光电探测器。探测器探测到的交流信号经过可调相位

延迟器后进入混频器的一个端口。20MHz 信号源输出的信号经射频分束器后，一路直接加到电光调制晶体上——由于我们采用自制的共振型电光调制器，所以调制信号

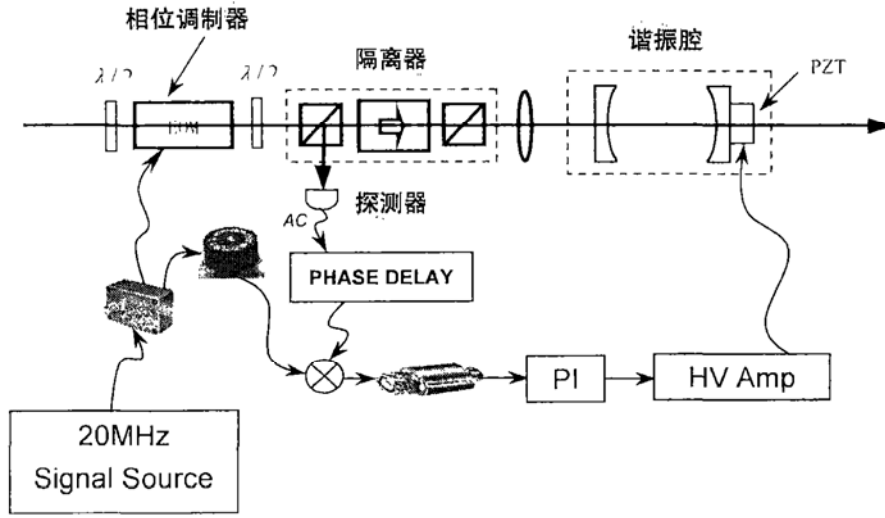


Fig.3.4.1 调制边带锁定谐振腔原理示意图

功率不需经过射频放大器，约 20dBm 即可；另一路连接到可调衰减器，然后进入混频器的另外一个输入端口。混频器的输出信号经过射频滤波器滤掉其中的剩余调制信号及其谐波，该信号即为锁腔用的鉴频信号。鉴频信号再经过 PI 比例积分电路后，进入 HV 高压放大器，经放大后的输出信号反馈到谐振腔腔镜所附的 PZT 压电陶瓷上，从而把谐振腔的腔长锁定在激光光束的频率上。

用于产生鉴频信号的探测器需要有宽的带宽，我们选用 CLC425 集成块对 Epitaxx ETX-500T InGaAs 光电管产生的交流信号进行放大，直流信号直接输出。整

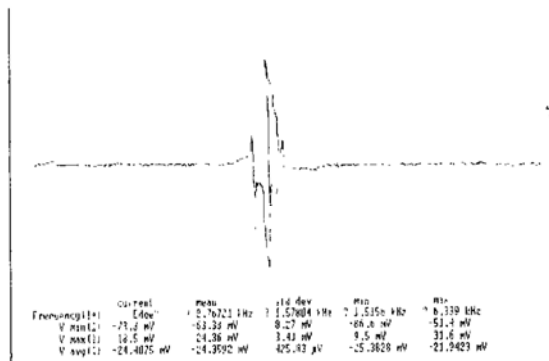


Fig.3.4.2 扫描腔时得到的鉴频信号

个探测器在 0MHz~30MHz 都有较大的增益，能够满足锁腔回路频率响应的要求。

实验中，锁腔时首先用锯齿波扫描匹配好的谐振腔，通过调节相位延迟器 PHASE DELAY 和衰减器，在示波器上观察到如图 Fig.3.4.2 所示的鉴频信号，同时通过调节 PI 电路中的调节偏置电压部分将鉴频信号的直流电压调为 0；然后停止锯齿波扫描，将系统连接成图 Fig.3.4.1 所示状态，通过调节高压放大器的偏置和增益，以及 PI 的比例和积分参数，即可将谐振腔稳定的锁定在激光频率上。

在整个锁定系统调节好后，用该方法至少可以将腔长锁定在 0.1nm 的精度上，这对于我们后面的压缩态测量，以及下一步得到可以长期稳定运行的压缩态装置是至关重要的。

3.4.4、探测装置

实验中，我们采用自平衡零拍探测，装置主要包括：低噪声探测器和加减法器。我们选择 Epitaxx ETX-500T InGaAs 光电管作为探测器的光电转换元件，在 1064nm 处，量子效率为 93%，响应时间为 10ns，暗电流小于 20nA。光电流的加减使用 Mini-Circuit 公司生产的 ZSCJ-2-1 和 ZSCJ-2-2。低噪声探测器采用互阻抗电路，它对光电管所产生的光电流同时进行直流和交流放大，有较大增益，因而进行探测

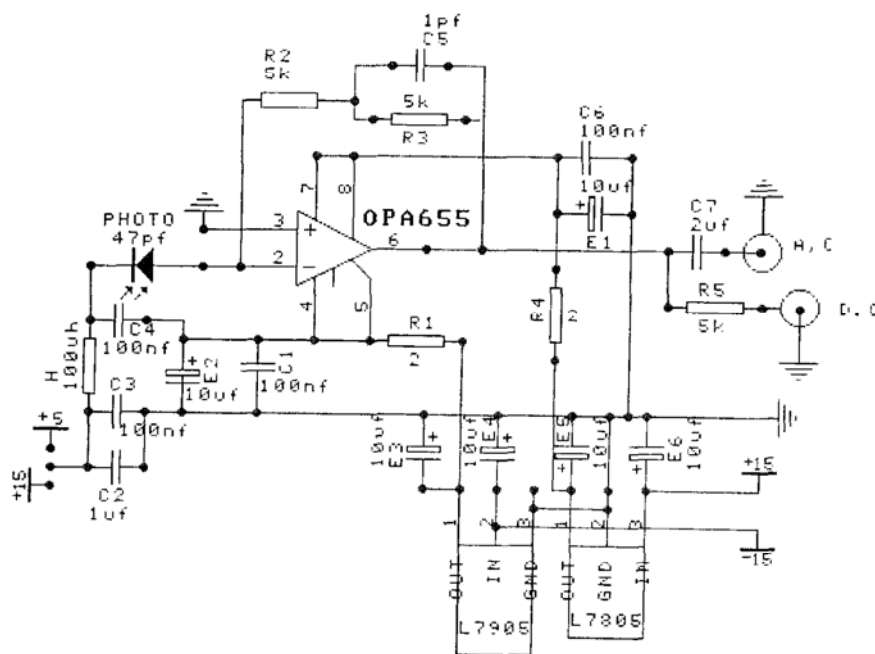


Fig.3.4.2 互阻抗探测器电路图

几十微瓦的光功率比较合适。为了保证这一对探测器及放大电路的对称，需严格挑

选配对元件。电路图见 Fig.3.4.2。

平衡零拍探测系统除了必须具备两个对称的探测放大器外，加法器和减法器必须工作良好。图 3.4.3 显示的是实验所用的加减法器 (+/-) (Mini-Circuits 公司, PSC-2-1.PSCJ-2-1) 的工作情况。在加法器和减法器的输入端输入相同的信号, 图中迹线(a)、(b)分别为通过加法器和通过减法器得到的结果。可以看出在 1-50MHz 的范围内, 共模抑制比在 30dB 以上, 减法器可以很好地减掉经典噪声。记录曲线时的谱仪(HP8590L)参数为 RES BW-100KHz; VBW-3KHz。

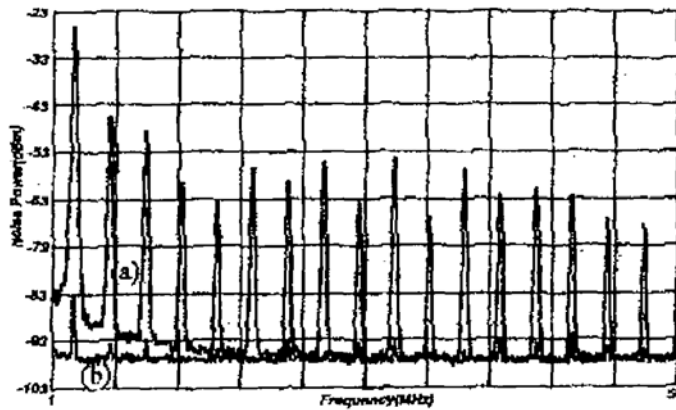


图 3.4.3 减法器的共模抑制比

3.5、实验结果和分析

3.5.1、实验装置总图

产生压缩态光场的整个实验装置如图 Fig.3.5.1 所示。透射绿光先经过一个焦距为 300mm 的平凸透镜准直为近似平行光, 然后经过半波片和偏振棱镜组成的分束器控制进入 DOPA 腔的功率, 其后的半波片调整偏振为垂直方向。反射的红外光先经过起相同作用的 450mm 平凸透镜; 然后经过半波片和电光调制器 EOM (Electro-Optic Modulator) 实现相位调制; 半波片、偏振棱镜、法拉第旋转器组成的光隔离器用来防止 DOPA 腔反射的红外光影响激光器的稳定运转, 同时可调节进入 DOPA 腔的功率大小; 再经过调整偏振为垂直方向的半波片后, 与绿光一同进入谐振腔。腔前焦距 90mm 的凸透镜完成绿光及红外的模式匹配。实验装置中, 为了匹配效果更好, 红外

光路隔离器和透镜 L3 之间加有一 1.1m 焦距的平凸透镜。

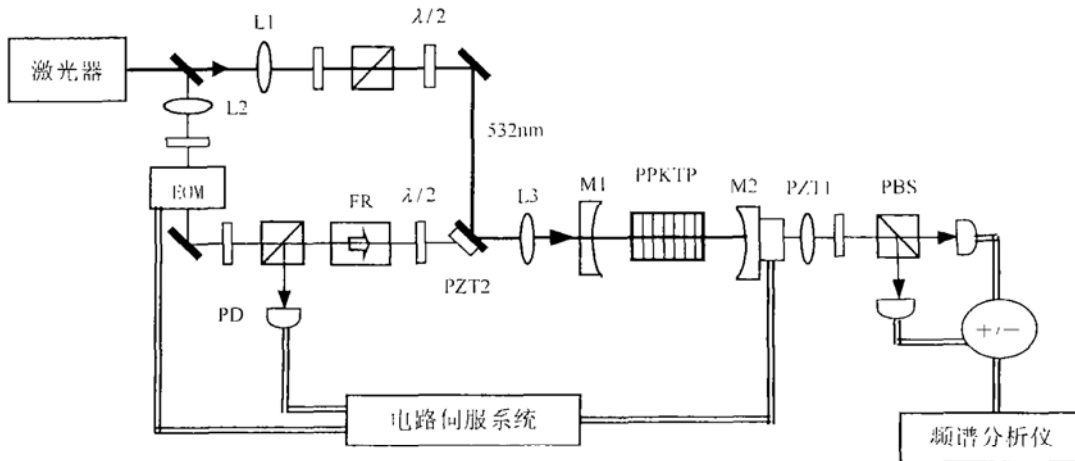


Fig.3.5.1 用周期性极化 KTiOPO_4 (PPKTP) 晶体产生振幅压缩光的实验装置图。

L1, L2, L3 透镜; PZT1, PZT2, 压电陶瓷; M1, M2, 腔镜; $\lambda/2$, 半波片; EOM, 电光调制器; FR, 法拉第旋转器; PD, 光电探测器; PBS, 偏振分光棱镜。

由于谐振腔透射输出的红外光有较大发散角, 所以用紧靠输出镜镀有 1064nm 增透膜的 $f=148\text{mm}$ 透镜准直为近似平行光。用前述自平衡零拍探测装置测量激光的振幅噪声: 用半波片和偏振分光棱镜将红外光分为等功率的两束, 分别经过 $f=75\text{mm}$ 的聚焦透镜后进入 ETX 500T 光电管, 输出光电流的交流部分经过射频放大和加减法器后, 送到谱仪(HP8590L)记录噪声功率谱, 加电流相应于所探测光的正交振幅噪声, 减电流相应于所探测光的散粒噪声基准。

3.5.2、正交振幅压缩结果

在实验中, 我们首先对实验装置的各个参数做了测量和估计。实测不加晶体时谐振腔的精细度为 172, 加上晶体后为 148.2, 由此推算 DOPA 腔的内腔损耗约为 0.94%。DOPA 腔长为 59.2mm (估算晶体中腰斑半径约为 $55\ \mu\text{m}$)、晶体温度为 31.3°C 时, 我们测得光学参量振荡 (Optical Parametric Oscillator - OPO) 阈值为 35mW。由上述参数估算出 DOPA 腔线宽约为 14.6MHz。当聚焦因子^[3.55]取 $h=1$, 理论上计算得晶体的单次通过转换系数为^[3.16] $E_{NL} = 1.55\%/W$, 是通常所用角度相位匹配 5mm 长 KTiOPO_4 晶体的 3.7 倍。取相同聚焦因子, 运用前面理论分析部分的公式计算的 OPO 阈值为 29mW, 和实验值基本相符。

实验中，通过调节抽运光路中导光镜后的压电陶瓷 PZT2，实现抽运光和注入光相对相位的变化，当相对相位取参量放大时，输出为正交位相压缩光，取参量缩小时，输出为正交振幅压缩光。我们利用谐振腔透射基频光功率随抽运光和注入基频光之间相对相位变化曲线的一阶微分来锁定参量过程处于参量放大或参量缩小状态。首先将 Lock-in Amplifier 提供的 5KHz 频率抖动信号加到 PZT2 上，然后将谐振腔后探测压缩光探测器的直流输出信号送入 Lock-in Amplifier，通过调节其参数合适，从输出端口即可得到相应的鉴频信号，再经过 PI 电路和高压放大器后反馈到 PZT2 上，通过调节高压放大器的偏置，即可将参量过程锁定在放大或缩小状态。

自平衡零拍探测装置只能进行正交振幅压缩的测量，所以我们的实验取参量缩小状态。当晶体温度为 31.3°C，抽运光功率为 20mW，1064nm 注入功率为 10mW 时，基波透射功率由不加抽运光时的 700 μ W 缩小为 300 μ W (由于红外光从高反射率腔镜一端注入，所以经腔后透射出的功率与注入功率相比很低)，在 2MHz 频率处，我们测得压缩度为 2.23dB，所得实验结果见图 Fig.3.5.2。由于透射光功率很低，电子学噪声 (低于散粒噪声 \sim 8.2dB) 不能忽略，考虑后压缩度为 2.78dB。

考虑到 DOPA 腔后 $\eta_1 = 90\%$ 的光路传输效率和 $\eta_2 = 93\%$ 的探测器量子效率，利用公式^[3.36]：

$$V_{sq} = \frac{V_{sq, \text{det}} - 1 + \eta}{\eta}$$

其中 $\eta = \eta_1 \times \eta_2$ 为总探测效率， $V_{sq, \text{det}}$ 为探测器探测到的噪声， V_{sq} 为谐振腔输出处振幅压缩光的噪声。可推算谐振腔输出处压缩光的实际压缩度为 3.62dB。

特别是在 8mW 抽运光功率和 10mW 注入光功率时，我们测得 2.17dB 的压缩，考虑了电子学噪声和总探测效率后为 3.35dB；并且当注入光功率不变，抽运光功率在 8mW 和 20mW 之间变化时，实测压缩度变化不大；而当抽运光功率为 25mW 时，压缩度明显降低，实测值仅为 1.47dB；抽运光功率为 30mW 时，临近阈值，DOPA 系统变得不稳定，不再能测到压缩。

按照前面的理论公式，处于参量缩小状态的 DOPA 腔透射压缩光的归一化噪声为：

$$V_{sq} = 1 - \frac{4T_2}{A} \frac{\left(P_{2\omega} / P_{2\omega,th}\right)^{1/2}}{\left[1 + \left(P_{2\omega} / P_{2\omega,th}\right)^{1/2}\right]^2 + (2f / \gamma_c)^2}$$

其中, V_{sq} 为谐振腔输出处基频光噪声, T_2 为谐振腔输出镜透射率, A 为谐振腔总损

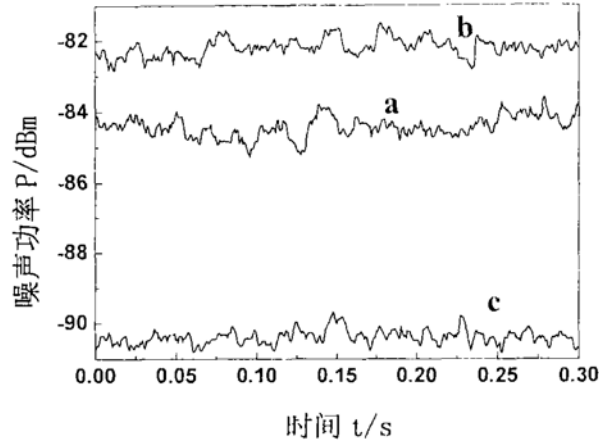


Fig.3.5.2 2MHz 处测得的噪声压缩结果。

耗, $P_{2\omega}$ 为抽运光功率, $P_{2\omega,th}$ 为抽运光阈值功率, f 为测量噪声时选取的频率, γ_c 为谐振腔线宽。由实验参数可计算得, 当抽运光功率为 20mW 时, 谐振腔输出处压缩光的压缩度为 5.95dB。压缩度理论值和实验值的差别, 主要来源于^[3,63]抽运光噪声的传递、抽运光照射晶体时基频光损耗的增加、以及准相位匹配机制等因素, 其中非理想准相位匹配是影响较大的因素之一, 因为按照文献 3.372 周期极化晶体的误差对正交压缩度影响的分析, 一般会降低 1.5dB 左右。

3.6 小结

本章首先对简并参量放大过程中的准相位匹配原理做了介绍, 然后从理论上对简并光学参量放大谐振腔产生压缩态光场做了详细的分析, 并给出了相关探测装置的简单理论。然后对我们利用周期性极化 KTiOPO₄ 晶体的准相位匹配光学参量缩小实验装置做了介绍, 最后给出了我们的实验结果。在参量缩小状态下, 我们测到正交振幅压缩度 2.23dB, 这在目前报道的准相位匹配产生连续压缩态光场中是压缩度最大的。但和理论值相比, 还是有一些差别, 差别的重要原因之一就是实际周期性

极化晶体只能是非理想的准相位匹配，极化误差将对压缩度有一定的影响。这一装置的主要优点是抽运光功率低，这样可以小型化压缩光源，进而建成结构紧凑的纠缠光源，用于量子通讯网络方面的实验研究。

参考文献

- 3.1 薛飞, 杜江峰, 周先意等, *物理*, **33** (10), 728~733, 2004。
- 3.2 李小英, 荆杰泰, 张靖等, *物理学报*, **51**(5), 966-972, 2002。
- 3.3 Z. Y. Ou, S. F. Pereira, and H. J. Kimble, *Appl. Phys. B*, **55**, 265-278, 1992。
- 3.4 Yun Zhang, Hai Wang, Xiaoying Li, et al., *Physical. Rev. A*, **62**, 023813, 2000。
- 3.5 A. Furusawa, J.L. Sorensen, S.L. Braunstein, et al., *Science* **282**, 706, 1998。
- 3.6 Jietai Jing, J. Zhang, Y. Yan, et al., *Phys. Rev. Lett.* **90**, 167903, 2003。
- 3.7 Takao Aoki, Nobuyuki Takei, Hidehiro Yonezawa, et al., *Phys. Rev. Lett.* **91**, 080404, 2003。
- 3.8 Andrew M. Lance, Thomas Symul, Warwick P. Bowen, et al., *Phys. Rev. Lett.* **92**, 177903, 2004。
- 3.9 Xiaoying Li, Qing Pan, Jietai Jing, et al., *Phys. Rev. Lett.* **88**, 047904, 2002。
- 3.10 Xiaojun Jia, Xiaolong Su, Qing Pan, et al., *Phys. Rev. Lett.* **93**, 250503, 2004。
- 3.11 Hidehiro Yonezawa, Takao Aoki, & Akira Furusawa, *Nature*, **431**, 430, 2004。
- 3.12 M. Fiorentino, C.E. Kuklewicz, and F.N.C. Wong, *Opt. Express*, **13**, 127, 2005。
- 3.13 F. König, E.J. Mason, F.N.C. Wong, et al, *Phys. Rev. A*, **71**, 033805, 2005。
- 3.14 Zhang K S, Coudreau T, Martinelli M et al, *Phys. Rev. A*, **64**, 033815, 2001。
- 3.15 李永民、樊巧云、张宽收等, *物理学报*, **50**, 1492, 2001。
- 3.16 Lawrence M J, Byer R L, Fejer M M, et al, *J. Opt. Soc. Am. B*, **19**, 1592, 2002。
- 3.17 Andersen U L and Buchhave P, *Opt. Express*, **10**, 887, 2002。
- 3.18 J. A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing, and P. S. Pershan, *Phys. Rev.* **127**, 1918, 1962。
- 3.19 P. A. Franken and H. F. Ward, *Rev. Mod. Phys.*, **35**, 23, 1963。
- 3.20 M. S. Piltch, C. D. Cantrell, and R. C. Sze, *J. Appl. Phys.*, **47**, 3514, 1976。
- 3.21 M. Okata, K. Takizawa, and S. Ieiri, *Opt. Commun.*, **18**, 331, 1976。
- 3.22 Ishigane. Y, Suhara. t, Nishihara. H, *Opt. Lett.*, **16**, 375, 1991。
- 3.23 D. Feng, N. B. Ming, J. F. Hong, and W. S. Wang, *Ferroelectrics*, **91**, 9, 1989。

- 3.24 D. H. Jundt, G. A. Magel, M. M. Fejer, and R. L. Byer, *Appl. Phys. Lett.* , **59**, 2657, 1997。
- 3.25 H. Ito, C. Takyu, and H. Inaba, *Electron. Lett.*, **27**, 1221, 1991。
- 3.26 E. J. Lim, M. M. Fejer, and R. L. Byer, *Electron. Lett.*, **25**, 174, 1989。
- 3.27 M. Yamada, N. Nada, M. Saitoh, and K. Watanabe, *Appl. Phys. Lett.*, **62**, 435, 1993。
- 3.28 W. K. Burns, W. McElhanon, and L. Goldberg, *IEEE Photon. Technol. Lett.*, **6**, 252, 1994。
- 3.29 L. E. Myers, W. R. Bosenberg, *IEEE J. Quantum Electron.* , **33**, 1663, 1997。
- 3.30 Y. Kitaoka, K. Mizuuchi, K. Yamamoto, M. Kato, T. Sasaki, *Opt. Lett.* , **21**, 1972, 1996。
- 3.31 A. Arie, G. Rosenman, A. Korenfeld, A. Skliar, M. Oron, M. Katz, D. Eger, *Opt. Lett.* , **23**, 28, 1998。
- 3.32 D. T. Reid, Z. Penman, M. Ebrahimzadeh, W. Sibbett, H. Karlsson, F. Laurel, *Opt. Lett.* , **22**, 1397, 1997。
- 3.33 Joong Hyun Kim and Choon Sup Yoon, *Appl. Phys. Lett.* , **81**(18), 3332, 2002。
- 3.34 Amnon Yariv, 《光电子学导论》，科学出版社，1983。
- 3.35 K. Bencheikh, E. Huntzinger, and J. A. Levenson, *J. Opt. Soc. Am. B.* , **12**, 847, 1995。
- 3.36 Schneider K. Bruckmeier R. Hansen H *et al* , *Opt. Lett.* , **21**, 1396, 1996。
- 3.37 李永民, 《山西大学博士毕业论文》, 2003。
- 3.38 Yongmin Li, Yingrui Wu, Kuanshou Zhang *et al.* *Chin. Phys.* , **11**, 790, 2002。
- 3.39 Yongmin Li, Yingrui Wu, Kuanshou Zhang *et al.* *Opt. Comm.* , **215**, 413, 2003。
- 3.40 L. E. Myers, R. C. Eckardt, M. M. Fejer, *et al.* , *J. Opt. Soc. Am. B.* , **12**, 2102 1995。
- 3.41 L. Noirie, P. Bidakovic, J. A. Levenson, *J. Opt. Soc. Am. B.* , **14**, 1, 1997。
- 3.42 M. Fiorentino, C. E. Kulewicz, and F. N. C. Wong, *Opt. Express* , **13**, 127, 2005。
- 3.43 F. E. Harrison and D. F. Walls, *Opt. Comm.* , **123**, 331, 1996。
- 3.44 Z. Y. Ou, S. F. Pereira, H. J. Kimble *et al.* *Appl. Phys. B.* , **55**, 265, 1992。

- 3.45 C. Fabre, E. Gicobino, A. Heidmann, *Journal de Physique*, **15**, 1209, 1989。
- 3.46 D.F.Walls and G.J.Milburn, 《Quantum Optics》, Springer-Verlag, 1 edition, 1994。
- 3.47 G.J.Milburn and D.F.Walls, *Phys.Rev.A*, **27**,392,1983。
- 3.48 H.M.Wiseman, M.S.Taubman, and H.-A.Bachor, *Phys.Rev.A*, **51**(4), 3227~3233, 1995。
- 3.49 P.K.Lam,T.C.Ralph,B.C.Buchler *et al* , *J.Opt.B: Quamtum Semiclass. Opt.* , **1**, 469, 1999。
- 3.50 U.L.Andersen,B.C.Buchler,P.K.Lam *et al* , *Eur.Phys.J.D.* , **27**, 181, 2003。
- 3.51 Zhang T C, Goh K W, Chou C W *et al.* *Phys. Rev. A*, **67**, 033802, 2003。
- 3.52 S.Schiller,S.Kohler,R.Paschotta, *et al.* *Appl. Phys.B.*, **60**, S77, 1995。
- 3.53 A.Arie, G.Rosenman, V.Mahal, et al., *Optics Communications*, **142**, 265, 1997。
- 3.54 P.D.Drummond,K.J.McNeil,D.F.Walls, *Opt.Acta*, **27**, 321, 1980。
- 3.55 Boyd G D and Kleinman D A, *J.Appl.Phys.*, **39**,3597, 1968。
- 3.56 光的探测

假定光场的电场强度表达式为

$$\hat{E} \propto \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{X}_1 \cos(\omega t) + \hat{X}_2 \sin(\omega t))$$

由于探测器的响应时间远大于光场的振荡周期，所以可以认为探测器是对光场多个整数周期的平均响应，又考虑到电场算符为厄米算符——将各算符直接用对应实数表示，所以光电流可以表示为

$$\begin{aligned} I &\propto \langle E^* E \rangle = \langle E^2 \rangle \\ &= \frac{1}{2T} \int_0^T (X_1 \cos(\omega t) + X_2 \sin(\omega t))^2 dt \\ &= \frac{1}{2T} \int_0^T (X_1^2 \cos^2(\omega t) + X_2^2 \sin^2(\omega t) + 2X_1 X_2 \sin(2\omega t)) dt \\ &= \frac{1}{4T} \left\{ X_1^2 \int_0^T (1 + \cos(2\omega t)) dt + X_2^2 \int_0^T (1 - \cos(2\omega t)) dt + \int_0^T (2X_1 X_2 \sin(2\omega t)) dt \right\} \\ &= \frac{1}{4} (X_1^2 + X_2^2) \end{aligned}$$

- 3.57 潘庆，《山西大学博士毕业论文》，1999。
- 3.58 赵法刚，山西大学 2004 届硕士研究生学位论文。
- 3.59 才德范，黄朝恩，沈德忠等，《硅酸盐学报》，**14**，257-262，1986。
- 3.60 黄朝恩，新型非线性光学晶体 KTP，《物理》，**15**（5），281-284，1986。

3.61 Drever R W P, Hall J L, Kowalski F V *et al* , *Appl.Phys.B* , **31**,97, 1983。

3.62 Eric D.Black, *Am.J.Phys.*, **69**(1),2001。

3.63 Schneider K.Lang M,Mlynek J *et al* , *Opt. Express*, **2**, 50, 1998。

第四章、参量过程中的类 EIT 现象

4.1 引言

近年来, 电磁感应透明现象 EIT^[4.1]因其在无积居数翻转激光产生^[4.2]、增强非线性光学^[4.3]、量子计算以及量子通讯^[4.4]中的应用前景得到了人们的广泛关注。由于 EIT 现象的产生机制是原子基态和激发态之间不同路径间的相消量子干涉, 所以它可以通过经典谐振子之间的耦合来模拟, 比如 RLC 振荡电路^[4.5]。光学参量过程是谐振腔内模式谐振子之间的相互耦合作用结果, 本章从这一角度对光学参量谐振腔内的类 EIT 现象进行了理论和实验研究。

4.2 理论分析

在相互作用绘景中, 耦合谐振子的哈密顿量表示为:

$$H_{\text{rev}} = \hbar g(\hat{a}^{\nu} \hat{b} + \hat{a}^{\dagger} \hat{b}^{\dagger}) \quad (4.1)$$

其中, \hat{a} 、 \hat{a}^{\dagger} 为谐振子 1 的湮灭算符和产生算符, \hat{b} 、 \hat{b}^{\dagger} 为谐振子 2 的湮灭算符和产生算符, g 表示谐振子之间的相互耦合作用强度; $\nu=1$ 表示谐振子之间为线性耦合, 或一阶相互作用; $\nu=2$ 表示谐振子之间为非线性耦合中的二阶相互作用。一阶相互作用比如被广泛研究的 EIT 现象^[4.6]、RLC 振荡电路^[4.5]等, 二阶相互作用比如参量过程中的信号场与闲置场和抽运场之间的相互作用^[4.7]。

3.3.1 节的非简并光学参量振荡哈密顿量中的相互作用部分为:

$$H_{\text{rev}} = i\hbar \frac{k}{2} (\hat{a}_1^{\dagger} \hat{a}_2^{\dagger} \hat{b} - \hat{a}_1 \hat{a}_2 \hat{b}^{\dagger}) \quad (4.2)$$

此时, \hat{a}_1 、 \hat{a}_1^{\dagger} 、 \hat{a}_2 、 \hat{a}_2^{\dagger} 相应于信号场和闲置场的产生和湮灭算符, 信号场和闲置场之间并不直接发生相互作用, 它们同时和抽运场 \hat{b} 发生相互作用。当信号场和闲置场简并时, 即为(4.1)的二阶相互作用形式, 也就是简并参量过程的形式。实际上, (4.2)式是谐振子耦合二阶相互作用更一般的形式。

下面主要针对我们实验中简并情况下, 信号场和抽运场不同相对相位时, 调节谐振腔腔长, 和调节信号场和抽运场的相对频率失谐两种情况进行理论分析。

4.2.1 简并参量过程调节谐振腔腔长的影响

通过对 3.3.1 节的参量过程运动方程式(3.3.7)- (3.3.9)在简并情况下的简化, 我们可以得到如下方程组:

$$\dot{\hat{b}}(t) = -i(\omega_0 - \omega_0')\hat{b}(t) - \gamma_0\hat{b}(t) - k\hat{a}_1^2(t) + \hat{b}_n''(t) \quad (4.3)$$

$$\dot{\hat{a}}_1(t) = -i(\omega_1 - \omega_1')\hat{a}_1(t) - \gamma_1\hat{a}_1(t) + k\hat{b}(t)\hat{a}_1^*(t) + \hat{a}_1''(t) \quad (4.4)$$

其中, 各个参数的意义同 3.3.1 节。同第三章一样, 由于谐振腔对于抽运场是双次穿过, 而且考虑注入信号场功率很低时抽运场损耗可忽略的稳态情况, 忽略掉高次项, 可以得到如下方程式:

$$0 = -i\Lambda\hat{a}_1(t) - \gamma_1\hat{a}_1(t) + \varepsilon\hat{a}_1^*(t) + \sqrt{2\gamma_{ic}}\hat{a}_1''(t) \quad (4.5)$$

其中, $\varepsilon = 2\sqrt{\mu}\beta_{ic,m}(t)$ 表示抽运强度, $\beta_{ic,m}(t)$ 为相应于注入抽运场湮灭算符的期望值, μ 为参量过程的双光子损耗速率, $\Lambda = (\omega_1 - \omega_1')$ 表示谐振腔相对于注入信号场频率的失谐量, γ_{ic} 表示输入耦合镜的损耗速率, $\hat{a}_1''(t)$ 表示注入信号场的湮灭算符。

用算符期望值代替算符, 得到方程式:

$$0 = -i\Lambda\alpha_1(t) - \gamma_1\alpha_1(t) + \varepsilon\alpha_1^*(t) + \sqrt{2\gamma_{ic}}\alpha_1''(t) \quad (4.6)$$

假定抽运场的初始相位为 0, 将各算符的期望值分别表示为模和幅角的形式, $\alpha_1(t) = r_1 e^{-i\phi}$, $\alpha_1''(t) = r_1'' e^{-i\varphi}$, 得到:

$$0 = -i\Lambda r_1 e^{-i\phi} - \gamma_1 r_1 e^{-i\phi} + \varepsilon r_1 e^{i\phi} + \sqrt{2\gamma_{ic}} r_1'' e^{-i\varphi} \quad (4.7)$$

两边都乘以 $e^{i\phi}$ 得:

$$0 = -i\Delta r_1 - \gamma_1 r_1 + \varepsilon r_1 e^{i2\phi} + \sqrt{2\gamma_{ic}} r_1'' e^{i(\phi-\varphi)} \quad (4.8)$$

分别考虑方程的实虚部, 得到:

$$-\gamma_1 r_1 + \varepsilon r_1 \cos 2\phi + \sqrt{2\gamma_{ic}} r_1'' \cos(\phi - \varphi) = 0 \quad (4.9)$$

$$\sqrt{2\gamma_{ic}} r_1'' \sin(\phi - \varphi) + \varepsilon r_1 \sin 2\phi - \Delta r_1 = 0 \quad (4.10)$$

对于一般情况有关于 ϕ 的方程

$$\sin(\phi - \varphi)(-\gamma_1 + \varepsilon \cos 2\phi) = \cos(\phi - \varphi)(-\Delta + \varepsilon \sin 2\phi) \quad (4.11)$$

可简化为:

$$\Delta = \tan(\phi - \varphi)(-\gamma_1 + \varepsilon \cos 2\phi) + \varepsilon \sin 2\phi \quad (4.12)$$

由方程式(4.9)得到关于腔内信号场期望值模的表达式:

$$r_1(\Delta) = \frac{-\sqrt{2\gamma_{oc}} r_1''' \cos(\phi - \varphi)}{-\gamma_1 + \varepsilon \cos 2\phi} \quad (4.13)$$

谐振腔透射输出场和腔内场的关系式为:

$$\hat{a}_{out}(t) = \sqrt{2\gamma_{oc}} \hat{a}(t) \quad (4.14)$$

其中, γ_{oc} 表示输出耦合镜的损耗速率。

这样, 利用公式(4.12)、(4.13)、(4.14), 就可以分析在谐振腔腔长改变时——共振频率改变, 抽运场和注入基频场在不同相对相位下的谐振腔透射输出场情况。

4.2.2 信号场和抽运场频率失谐的影响

此时, 对 3.3.1 节的参量过程运动方程式(3.3.7)-(3.3.9)在信号场和闲置场准简并和抽运场损耗可忽略的条件下, 得到腔内信号场和闲置场湮灭算符期望值的运动方程为:

$$\frac{d\alpha_1}{dt} = -i(\omega_0 - \omega_1)\alpha_1 - \gamma\alpha_1 + \varepsilon\alpha_2^+ + \sqrt{2\gamma_m}\alpha_1''' \quad (4.15)$$

$$\frac{d\alpha_2}{dt} = -i(\omega_0 - \omega_2)\alpha_2 - \gamma\alpha_2 + \varepsilon\alpha_1^+ + \sqrt{2\gamma_m}\alpha_2''' \quad (4.16)$$

其中, ω_0 为谐振腔的共振角频率, ω_1 为注入信号光的角频率, ω_2 为注入闲置光的角频率, 它们满足关系式 $\omega_1 + \omega_2 = 2\omega_0 = \omega_p$ (ω_p 为抽运场的角频率); α_1 、 α_1^+ 、 α_2 、 α_2^+ 分别表示腔内信号场和闲置场湮灭算符和产生算符的期望值, α_1''' 和 α_2''' 分别表示注入信号场和注入闲置场的湮灭算符的期望值; 2γ 表示谐振腔对于信号场或闲置场的总强度损耗率; ε 一般来说为一依赖于晶体的非线性系数、抽运场和谐振腔模式的匹配程度、抽运场与腔内信号场及闲置场的空间匹配程度, 和抽运场的抽运强度的复数。在这儿, 由于信号场频率和闲置场频率很接近, 因而假定各损耗参数对于两个模式是相同的。

谐振腔的输入输出关系式为: 反射输出场 $a_i^{ref} = \sqrt{2\gamma_m}a_i - a_i'''$, 透射输出场 $a_i^{trans} = \sqrt{2\gamma_{out}}a_i$, $i=1, 2$, 分别对应于信号场和闲置场。

假定闲置场的注入为真空场, 即 $\alpha_2''' = 0$, 求解腔内信号场和闲置场的稳态平均解, 也就是取上述方程的左边等于 0, 得到:

$$0 = -i(\omega_0 - \omega_1)\alpha_1 - \gamma\alpha_1 + \varepsilon\alpha_1^* + \sqrt{2\gamma_m}\alpha_1''' \quad (4.17)$$

$$0 = -i(\omega_0 - \omega_2)\alpha_2 - \gamma\alpha_2 + \varepsilon\alpha_1^* + \sqrt{2\gamma_m}\alpha_2''' \quad (4.18)$$

由 (4.18) 式, 求得腔内闲置场的表达式:

$$\alpha_2 = \frac{\varepsilon\alpha_1^*}{i(\omega_0 - \omega_2) + \gamma} \quad (4.19)$$

将该式代入 (4.17) 式, 并利用 ω_0 、 ω_1 和 ω_2 的关系式 $\omega_1 + \omega_2 = 2\omega_0$, 腔内信号场的表达式为:

$$\alpha_1 = \frac{\sqrt{2\gamma_m}\alpha_1'''}{\left[(i(\omega_0 - \omega_1) + \gamma) - \frac{\varepsilon^2}{i(\omega_0 - \omega_1) + \gamma} \right]} \quad (4.20)$$

利用输入输出关系式, 得到透射场的表达式:

$$\frac{\alpha_1''''}{\alpha_1'''} = \frac{\sqrt{2\gamma_{out}}\sqrt{2\gamma_m}}{\left[(i(\omega_0 - \omega_1) + \gamma) - \frac{\varepsilon^2}{i(\omega_0 - \omega_1) + \gamma} \right]} \quad (4.21)$$

同样可以求得透射闲置场的表达式:

$$\frac{\alpha_2''''}{\alpha_1''''} = \frac{\sqrt{2\gamma_m}\sqrt{2\gamma_{out}}\varepsilon}{\left[(-i(\omega_0 - \omega_1) + \gamma)^2 - \varepsilon^2 \right]} \quad (4.22)$$

由于, 信号场频率和闲置场频率, 是准简并, 并非简并, 所以谐振腔总透射场和透射信号场与闲置场的关系为: 总透射功率是两者功率的直接相加。这样, 透射总功率表示为:

$$\frac{P''''}{P'''} = \left| \frac{\sqrt{2\gamma_{out}}\sqrt{2\gamma_m}}{\left[(i(\omega_0 - \omega_1) + \gamma) - \frac{\varepsilon^2}{i(\omega_0 - \omega_1) + \gamma} \right]} \right|^2 + \left| \frac{\sqrt{2\gamma_{out}}\sqrt{2\gamma_m}\varepsilon}{\left[(-i(\omega_0 - \omega_1) + \gamma)^2 - \varepsilon^2 \right]} \right|^2 \quad (4.23)$$

由此, 即可以分析注入信号场和抽运场失谐时的透射场情况。

4.3 实验部分

整个实验装置如图 4.1 所示。激光器、光学参量谐振腔等各部件均和第三章描述的不同。由于这儿主要研究的是信号场频率和腔共振频率失谐时的输出情况以及信号场频

探测器、示波器、扫描信号源和高压放大器。总的来讲，实验装置简单。

4.3.1 简并参量过程调节谐振腔腔长

图 4.2 显示了在不同相对相位时，用实验参数按照式(4.12)到式(4.14)计算的理论结果。曲线 (a) - (d) 相应于注入信号场和抽运场的相对相位为最大参量缩小时—— $\varphi = \frac{\pi}{2}$ （这儿相对相位和第三章 3.3.4 相对相位的差别是由于在这儿，我们改变的是信号场的相位，而在 3.3.4 改变的是抽运场的相位，这儿相位的 2 倍相当于 3.3.4 的相位）的情况，其中，曲线 (a) 表示没有抽运场时的透射曲线；曲线 (b) 表示抽运场的功率使得缩小最大但不出现双峰的情况，参数 $\frac{\mathcal{E}}{\gamma} = 0.33$ ；曲线 (c)、(d) 表示抽运场的功率逐渐增加时的情况，参数分别为 $\frac{\mathcal{E}}{\gamma} = 0.71$ 和 $\frac{\mathcal{E}}{\gamma} = 0.9$ 。曲线 (e) —— (f) 相应于相对相

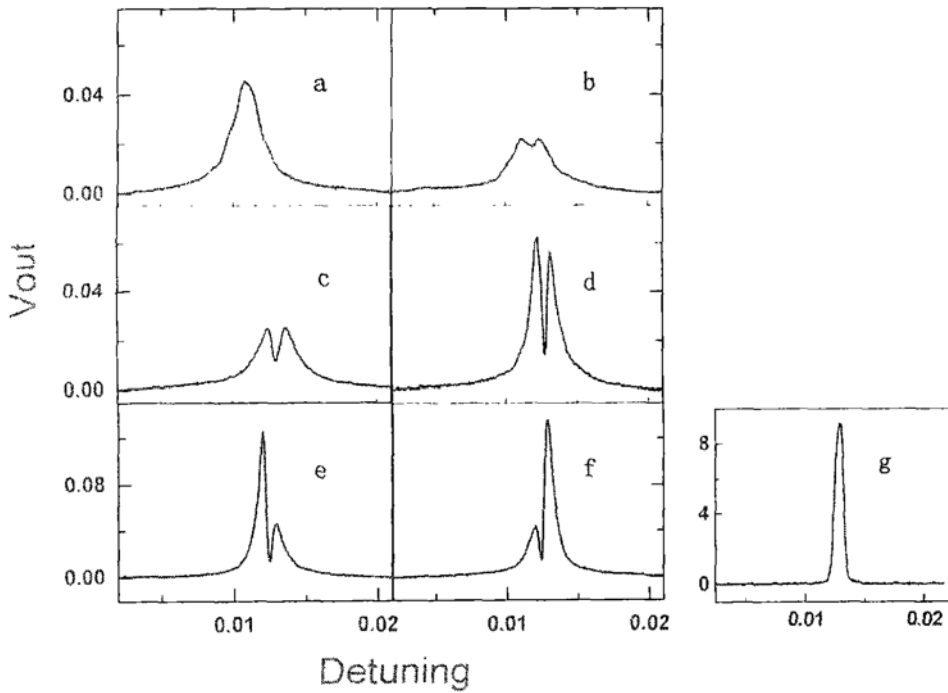


Fig.4.3 调节谐振腔腔长的实验结果。

位对称偏离最大参量缩小点、抽运强度和曲线 (d) 相同时的情况，参数分别为 $\varphi = \frac{\pi}{2} + 0.07$ 和 $\varphi = \frac{\pi}{2} - 0.07$ 。曲线 (g) 相应于注入信号场和抽运场的相对相位为最大参量放大时的情况，参数 $\frac{\mathcal{E}}{\gamma} = 0.9$ ， $\varphi = 0$ 。

谐振腔的各参数与第三章相同，输入镜功率透射率为 $T_m = 0.2\%$ ，输出镜功率透射率为 $T_{out} = 3.3\%$ ，谐振腔总损耗为 $T = 4.24\%$ ，谐振腔内光束往返一周所用时间为 $\tau = 4.9 \times 10^{-10}$ ， γ_m 与输入镜功率透射率的关系为 $\gamma_m = \frac{T_m}{2\tau} = 2.06 \times 10^6$ ， γ_{out} 与输出镜功率透射率的关系为 $\gamma_{out} = \frac{T_{out}}{2\tau} = 3.39 \times 10^7$ ，且有 $\gamma = \frac{T}{2\tau} = 4.4 \times 10^7$ 。

图 4.3 为我们在实验中测量到的结果，各参数和上述理论计算参数相同，可以看出两者符合很好。从曲线(a)和(b)以及在实验过程中观察，透射曲线大约在缩小到 1/2 时开始出现双峰现象，从曲线(d)、(e)、(f)以及实验中的观察，双峰中心凹下去的下限和 3.3.4 节分析的 1/4 相符，曲线(g)和曲线(a)相比可以看出，放大倍数约为 180 倍。

4.2.2 调节信号场和抽运场频率失谐

实验中，通过扫描红外光 AOM 的频率，来实现注入信号场和抽运场的相对失谐。红外 AOM 系统的中心偏移频率为 110MHz，绿光 AOM 系统偏离频率固定为 220MHz 时，在谐振腔腔长为简并点时得到的实验结果如图 4.4 所示。

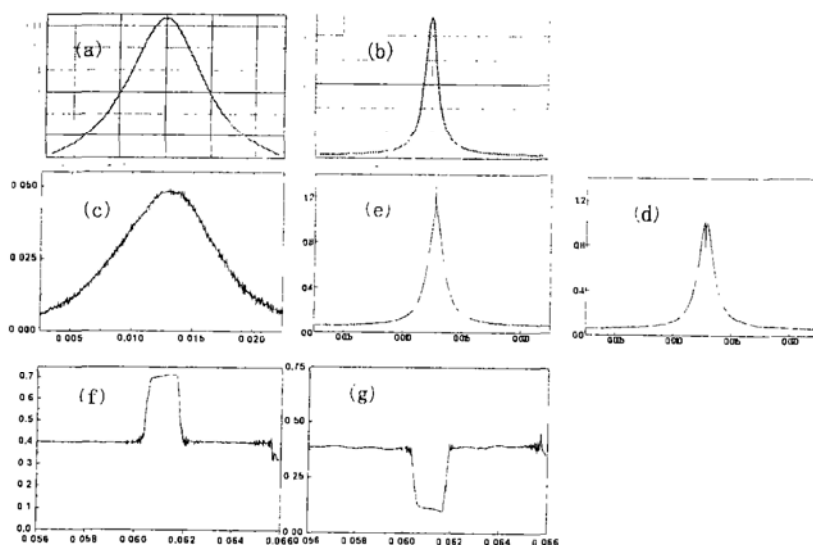


Fig.4.4 调节注入信号场和抽运场频率失谐的实验结果。

图中曲线 (a) 是理论计算的没有抽运场时候的情况，而曲线 (b) 是理论计算的抽运参数为 $\frac{\epsilon}{\gamma} = 0.9$ 时的情况。曲线(c)为相应于(a)的实验结果，曲线(d)和(e)为相应于(b)的实验结果，实验曲线的上凸和下凹说明在近简并点不能用式(4.23)来描述，上凸和下

凹分别相应于抽运场和信号场相对相位为参量放大和参量缩小。曲线(f)和曲线(g)为(e)和(f)在简并点附近, 将扫描频率变的更窄时得到的结果, 可以看出, 此时在简并点, 曲线时跃变的、不同于扫描腔长时的曲线, 但放大的最大点和扫描腔长时一致。

上述调节谐振腔腔长和相对频率失谐的结果均和 EIT 现象有相似的地方, 但又很不相同, 从本质上来说, 这主要是由于参量过程为谐振子之间的二阶耦合, 所以在简并点会由于抽运场和信号场之间的相对相位而输出不同结果, 同时, 在非简并时又可以由于抽运场和信号场的相对失谐表现出类 EIT 的现象; 而 EIT 现象为谐振子之间的一阶耦合, 象相对相位的影响就不能够在其中观察到。从参量过程运动方程(3.3.7)-(3.3.9)的角度来看, 我们的工作主要是考虑了光学参量放大谐振腔在注入信号场和抽运场的不同相对相位下, 注入信号场频率和腔共振频率失谐的透射输出, 以及注入抽运场频率和信号场频率失谐时的输出情况, 这方面的工作尚未见报道过。

4.4 小 结

在本章, 主要介绍了利用参量过程观察到的谐振子之间的二阶耦合现象, 和谐振子之间一阶耦合的 EIT 现象相比, 它们有一定的类似, 但二阶耦合可以呈现出注入抽运场和信号场相对相位对谐振子相互作用的影响, 理论计算结果和实验结果符合较好; 从参量过程的角度来看, 我们工作是首次对于光学参量放大谐振腔在注入信号场频率和腔共振频率失谐以及注入信号场频率和抽运场频率失谐的理论和实验研究, 它呈现出了新颖的现象, 由于这一部分工作是我们最近刚刚完成的, 文章正在整理中, 所以其中的一些机制我们尚不完全清楚, 目前我们正在继续这方面的研究工作。

参考文献

- 4.1 S. E. Harris, Phys. Today, **50**(7), 37, 1997; J. P. Marangos, J. Mod. Opt., **45**, 471, 1998。
- 4.2 A. S. Zibrov et al., Phys. Rev. Lett., **75**, 1499, 1995。
- 4.3 L. V. Hau et al., Nature (London), **397**, 594, 1999; M. M. Kash et al., Phys. Rev. Lett., **82**, 5229, 1999; D. Budker et al., Phys. Rev. Lett., **83**, 1767, 1999。
- 4.4 M. D. Lukin, S. F. Yelin, and M. Fleischhauer, Phys. Rev. Lett., **84**, 4232, 2000; M. D. Lukin and A. Imamoglu, Nature (London), **413**, 273, 2001; Z. Ficek and S. Swain, J. Mod. Opt., **49**, 3, 2002。
- 4.5 C. L. Garrido Alzar, M. A. G. Martinez, and P. Nussenzveig, Am. J. Phys., **70**, 37, 2002。
- 4.6 P. R. Hemmer and M. G. Prentiss, J. Opt. Soc. Am. B **5**, 1613, 1988。
- 4.7 M. A. de Ponte, C. J. Villas-Boas, R. M. Serra, and M. H. Y. Moussa, e-print quant-ph/0411087, 2004。

第五章、总结

近十年的理论和实验研究显示,量子纠缠是量子通讯和量子计算的重要资源。在量子通讯中,利用纠缠可以实现量子离物传态、量子保密通讯,也可以提高通讯系统信道容量,还可以构建不同类型的量子通讯网络。光场压缩态是产生光场纠缠态的基础。随着近几年量子通讯在实验室原理性实验的成功和量子计算理论实验研究的大量开展,实用的纠缠源、量子通讯网络、进一步量子计算机将逐步成为人们研究的重点。本文基于这一考虑,利用准相位匹配技术和传统相位匹配技术相比具有的优势,在前面工作的基础上^[5.1.5.2],开展利用准相位匹配产生连续压缩态光场的理论和实验研究。围绕这一中心,主要进行了三方面的工作:一、通过振幅调制技术构成前馈和反馈回路对全固化单频红外激光器的经典强度噪声进行抑制;二、对一阶准相位匹配技术参量放大过程和简并光学参量放大谐振腔产生压缩态作了详细的理论分析,并进行了准相位匹配产生正交振幅压缩光的实验;三、对参量过程中的类 EIT 现象进行了简单的理论和实验研究。概括起来得到以下几个方面的结果:

1、通过理论分析和比较前馈回路和反馈回路两种模式,得出结论两种回路都能够对激光经典强度噪声产生明显抑制,而得到最佳抑制前馈回路比反馈回路所需增益低的多,但前馈回路对于增益的变化敏感。实验结果和理论结果符合很好。这样为在实际应用中的选择提供了依据:前馈回路优于反馈回路。组合振幅调制技术和能够对弛豫振荡噪声明显抑制的 LD 电流反馈技术,对全固化单频环形 Nd:YVO₄1064nm 激光器输出的激光光束进行抑制,在 0~1MHz 经典噪声明显的范围内,抑制效果显著,抑制后的噪声整体上接近于散粒噪声基准。

2、对准相位匹配参量放大过程在参量放大和缩小过程中和传统相位匹配技术的异同进行了理论分析,结果显示,准相位匹配技术能够得到有效的参量放大和缩小,也能够产生高压缩度的压缩态光场。然后,详细从理论上分析了简并参量放大和缩小过程产生压缩光的经典和量子特性,并对所能够产生的几种压缩态进行了比较:注入信号光功率很小的参量缩小过程所产生的正交振幅压缩光是最优选择,它的压缩度最大、容易实现长期稳定运行。最后,介绍了我们利用周期性极化 KTP 晶体产生正交振幅压缩的实验。我们得到了 2dB 的压缩度,这在目前所见到的报道准相位匹配技术产生连续压缩态

光场中，是最大的。

了透射场的双峰现象和类 EIT 现象。这是在参量过程中首次有关这一方面的研究和报道。

下一步，我们的工作将主要集中精力与：1、用准相位匹配技术产生压缩态光场压缩度的提高；2、建立 EPR 纠缠源和多组份纠缠源；3、在前两步的基础上开展量子通讯网络方面实用化、器件化的实验。

参考文献

- 5.1 李永民，《山西大学博士毕业论文》，2003。
- 5.2 张宽收，巴黎 Pierre et Marie Curie 大学与山西大学联合培养博士研究生学位论文，2002。

附录 a: 算符时域到频域的变换

1、正交算符、湮灭算符时域到频域的变换

对于湮灭算符 $\hat{a}(t)$ 和产生算符 $\hat{a}^+(t)$ ，变换到频域有

$$\hat{a}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int dt \hat{a}(t) e^{-i\omega t}$$

但要注意， $\hat{a}(\omega)$ 和 $\hat{a}(t)$ 并不是同一个函数变换了自变量的形式，而是两个不同的函数。Fourier 变换的另一个式子为：

$$\hat{a}(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int d\omega \hat{a}(\omega) e^{i\omega t}$$

$$\hat{a}^+(\omega) = [\hat{a}(\omega)]^* = \left[\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int dt \hat{a}(t) e^{-i\omega t} \right]^* = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int dt \hat{a}^+(t) e^{i\omega t}$$

所以有

$$\hat{a}^+(-\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int dt \hat{a}^+(t) e^{-i\omega t}$$

而

$$\hat{a}^+(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int dt \hat{a}^+(t) e^{i\omega t}$$

对于相应的正交振幅算符 $\hat{X}_1(t)$ 和正交位相算符 $\hat{X}_2(t)$ ，按照定义有

$$\hat{X}_1(t) = \hat{a}(t) + \hat{a}^+(t)$$

$$\hat{X}_2(t) = -i[\hat{a}(t) - \hat{a}^+(t)]$$

变换到频域则有

$$\hat{X}_1(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int dt \hat{X}_1(t) e^{-i\omega t} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int dt [\hat{a}(t) + \hat{a}^+(t)] e^{-i\omega t} = \hat{a}(\omega) + \hat{a}^+(-\omega)$$

$$\hat{X}_2(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int dt \hat{X}_2(t) e^{-i\omega t} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int dt \{-i[\hat{a}(t) - \hat{a}^+(t)]\} e^{-i\omega t} = -i[\hat{a}(\omega) - \hat{a}^+(-\omega)]$$

整理得：

$$\hat{a}(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int d\omega \hat{a}(\omega) e^{i\omega t}$$

$$\hat{a}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int dt \hat{a}(t) e^{-i\omega t}$$

$$\hat{a}^+(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int d\omega \hat{a}^+(-\omega) e^{i\omega t}$$

$$\hat{a}^+(-\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int dt \hat{a}^+(t) e^{-i\omega t}$$

$$\hat{X}_1(\omega) = \hat{a}(\omega) + \hat{a}^+(-\omega)$$

$$\hat{X}_2(\omega) = -i[\hat{a}(\omega) - \hat{a}^+(-\omega)]$$

2、一阶微商的处理

对于一阶微商有：

$$\dot{\hat{a}}(t) = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int d\omega \hat{a}(\omega) e^{i\omega t} \right)' = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int d\omega [i\omega \hat{a}(\omega)] e^{i\omega t}$$

定义 $A(t) = \dot{\hat{a}}(t)$ ，则有 $A(\omega) = i\omega \hat{a}(\omega)$ 。

所以有

$$\dot{\hat{X}}_1(t) \rightarrow i\omega \hat{X}_1(\omega)$$

而 $i\omega \hat{a}(\omega)$ 前面的正负号取决于 Fourier 变换的形式，对计算结果没有影响。

利用第一部分的结果，容易得出，正交算符的一阶微商的处理与湮灭算符相同：

$$\dot{\hat{X}}_1(t) \rightarrow i\omega \hat{X}_1(\omega)$$

$$\dot{\hat{X}}_2(t) \rightarrow i\omega \hat{X}_2(\omega)$$

所以正交算符的方程式从时域向频域的变换和湮灭算符的变换是相同的。

附录 b、相位失谐参量过程的详细推导

1、参数 Δk 和 $g^{[b.1]}$ 大小的估算。

$$\Delta k = \frac{n_{2\omega} 2\omega}{c} - \frac{2n_{\omega} \omega}{c} = \frac{2\omega}{c} (n_{2\omega} - n_{\omega}) \approx 70 \times 10^4$$

$$g = d \frac{\omega}{n_{\omega}} \left(\frac{1}{c^2 \epsilon_0^2} \right)^{\frac{3}{4}} \left(\frac{2P}{n_{2\omega} S} \right)^{\frac{1}{2}} = 38.8$$

其中，1064nm 波长的频率为 $2.82 \times 10^{14} \text{ Hz}$ ， ω 为其角频率。 $n_{2\omega} = 1.8868$ ， $n_{\omega} = 1.8269$ 。功率取 100 毫瓦，腰斑半径取 50 微米， $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ ，对于 KTP 晶体的 d_{33} 非线性系数的单位为 C/V^2 ，可见，有 $\Delta k \gg g$ 。非线性系数值在不同单位间的转换公式为

$$d_{33} = 16.9 \text{ pm/V} = 16.9 \times 10^{-12} * 8.9 \times 10^{-12} \text{ C/V}^2 = 1.5 \times 10^{-22} \text{ C/V}^2$$

2、二元线性常系数微分方程组的求解

$$\frac{dq(z)}{dz} = -\frac{g}{2} q(z) - \frac{\Delta k}{2} p(z) \quad (\text{b. 1})$$

$$\frac{dp(z)}{dz} = \frac{g}{2} p(z) + \frac{\Delta k}{2} q(z) \quad (\text{b. 2})$$

由 (b. 2) 式得到：

$$q(z) = \frac{2}{\Delta k} \left\{ \frac{dp(z)}{dz} - \frac{g}{2} p(z) \right\} \quad (\text{b. 3})$$

所以有：

$$\frac{dq(z)}{dz} = \frac{2}{\Delta k} \left\{ \frac{d^2 p(z)}{dz^2} - \frac{g}{2} \frac{dp(z)}{dz} \right\} \quad (\text{b. 4})$$

将 (b. 4) 代入 (b. 1) 得到：

$$\frac{2}{\Delta k} \left\{ \frac{d^2 p(z)}{dz^2} - \frac{g}{2} \frac{dp(z)}{dz} \right\} = -\frac{g}{2} \frac{2}{\Delta k} \left\{ \frac{dp(z)}{dz} - \frac{g}{2} p(z) \right\} - \frac{\Delta k}{2} p(z) \quad (\text{b. 5})$$

整理得：

$$\frac{d^2 p(z)}{dz^2} + \left[\frac{(\Delta k)^2}{4} - \frac{g^2}{4} \right] p(z) = 0 \quad (\text{b. 6})$$

特征方程为：

$$\lambda^2 + \left[\frac{(\Delta k)^2}{4} - \frac{g^2}{4} \right] = 0 \quad (\text{b. 7})$$

当 $\frac{(\Delta k)^2}{4} - \frac{g^2}{4} < 0$ 时, 即 $(\Delta k)^2 < g^2$, 假设 $\kappa = \sqrt{-\left(\frac{(\Delta k)^2}{4} - \frac{g^2}{4}\right)}$, 解为:

$$p(z) = C_1 e^{\kappa z} + C_2 e^{-\kappa z} \quad (\text{b. 8})$$

利用 $q(z) = \frac{2}{\Delta k} \left\{ \frac{dp(z)}{dz} - \frac{g}{2} p(z) \right\}$, 有:

$$q(z) = \frac{2}{\Delta k} \left\{ C_1 \left(\kappa - \frac{g}{2} \right) e^{\kappa z} - C_2 \left(\kappa + \frac{g}{2} \right) e^{-\kappa z} \right\} \quad (\text{b. 9})$$

当 $\frac{(\Delta k)^2}{4} - \frac{g^2}{4} = 0$ 时, 即 $(\Delta k)^2 = g^2$, 解为:

$$p(z) = C_1 + C_2 z \quad (\text{b. 10})$$

$$q(z) = \frac{2}{\Delta k} \left\{ C_2 - \frac{g}{2} C_1 - \frac{g}{2} C_2 z \right\} \quad (\text{b. 11})$$

当 $\frac{(\Delta k)^2}{4} - \frac{g^2}{4} > 0$ 时, 即 $(\Delta k)^2 > g^2$, 假设 $\chi = \sqrt{\frac{(\Delta k)^2}{4} - \frac{g^2}{4}}$, 解为:

$$p(z) = C_1 \cos[\chi z] + C_2 \sin[\chi z] \quad (\text{b. 12})$$

$$q(z) = \frac{2}{\Delta k} \left\{ -\left(C_1 \chi + \frac{g}{2} C_2 \right) \sin[\chi z] + \left(C_2 \chi - \frac{g}{2} C_1 \right) \cos[\chi z] \right\} \quad (\text{b. 13})$$

对于最后一种相应于实验的情况, 代入初始条件可得:

$$p(0) = C_1 \quad (\text{b. 14})$$

$$q(0) = 2C_2 \frac{\chi}{\Delta k} - \frac{g}{\Delta k} C_1 \quad (\text{b. 15})$$

也就是:

$$C_1 = p(0) \quad (\text{b. 16})$$

$$C_2 = \frac{\Delta k}{2\chi} q(0) + \frac{g}{2\chi} p(0) \quad (\text{b. 17})$$

这样, 解的形式可以表示为:

$$p(z) = \left(\cos[\chi z] + \frac{g}{2\chi} \sin[\chi z] \right) p(0) + \frac{\Delta k}{2\chi} \sin[\chi z] q(0) \quad (\text{b. 18})$$

$$q(z) = -\frac{\Delta k}{2\chi} \sin[\chi z] p(0) + \left(\cos[\chi z] - \frac{g}{2\chi} \sin[\chi z] \right) q(0) \quad (\text{b. 19})$$

定义 $C = \cos[\chi z]$, $S = \sin[\chi z]$, $\Lambda = \frac{\Delta k}{2\chi}$, $G = \frac{g}{2\chi}$, 则有

$$\begin{bmatrix} q(z) \\ p(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C + GS & \Lambda S \\ -\Lambda S & C - GS \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q(0) \\ p(0) \end{bmatrix} \quad (\text{b. 20})$$

此即正文中的形式。

3、 $A(z)$ 、 $A^*(z)$ 、 $X_1(z)$ 、 $X_2(z)$ 、 $p(z)$ 、 $q(z)$ 、以及光子数 N 之间的关系。

● $A(z)$ 和 $A^*(z)$ 的表示形式:

用 $X_1(z)$ 和 $X_2(z)$:

$$A(z) = \frac{X_1(z) + iX_2(z)}{2} \quad (\text{b. 21})$$

$$A^*(z) = \frac{X_1(z) - iX_2(z)}{2} \quad (\text{b. 22})$$

用 $p(z)$ 和 $q(z)$:

$$A(z) = \frac{1}{2} \{ p(z) + iq(z) \} \exp\left[-\frac{i}{2} \left(\Lambda kz + \phi - \frac{\pi}{2} \right)\right] \quad (\text{b. 23})$$

$$A^*(z) = \frac{1}{2} \{ p(z) - iq(z) \} \exp\left[\frac{i}{2} \left(\Lambda kz + \phi - \frac{\pi}{2} \right)\right] \quad (\text{b. 24})$$

● $X_1(z)$ 和 $X_2(z)$ 的表示形式:

用 $A(z)$ 和 $A^*(z)$:

$$X_1(z) = A(z) + A^*(z) \quad (\text{b. 25})$$

$$X_2(z) = -i(A(z) - A^*(z)) \quad (\text{b. 26})$$

用 $p(z)$ 和 $q(z)$:

$$X_1(z) = q(z) \sin\left[\frac{1}{2} \left(\Lambda kz + \phi - \frac{\pi}{2} \right)\right] + p(z) \cos\left[\frac{1}{2} \left(\Lambda kz + \phi - \frac{\pi}{2} \right)\right] \quad (\text{b. 27})$$

$$X_2(z) = q(z) \cos\left[\frac{1}{2}\left(\Delta kz + \phi - \frac{\pi}{2}\right)\right] - p(z) \sin\left[\frac{1}{2}\left(\Delta kz + \phi - \frac{\pi}{2}\right)\right] \quad (\text{b. 28})$$

- $p(z)$ 和 $q(z)$ 的表示形式:

用 $A(z)$ 和 $A^*(z)$:

$$p(z) = \exp\left[\frac{i}{2}\left(\Delta kz + \phi - \frac{\pi}{2}\right)\right] A(z) + \exp\left[-\frac{i}{2}\left(\Delta kz + \phi - \frac{\pi}{2}\right)\right] A^*(z) = p^*(z) \quad (\text{b. 29})$$

$$q(z) = -i \left\{ \exp\left[\frac{i}{2}\left(\Delta kz + \phi - \frac{\pi}{2}\right)\right] A(z) - \exp\left[-\frac{i}{2}\left(\Delta kz + \phi - \frac{\pi}{2}\right)\right] A^*(z) \right\} = q^*(z) \quad (\text{b. 30})$$

用 $X_1(z)$ 和 $X_2(z)$:

$$p(z) = 2 \left\{ X_1(z) \cos\frac{\left(\Delta kz + \phi - \frac{\pi}{2}\right)}{2} - X_2(z) \sin\frac{\left(\Delta kz + \phi - \frac{\pi}{2}\right)}{2} \right\} \quad (\text{b. 31})$$

$$q(z) = 2 \left\{ X_1(z) \sin\frac{\left(\Delta kz + \phi - \frac{\pi}{2}\right)}{2} + X_2(z) \cos\frac{\left(\Delta kz + \phi - \frac{\pi}{2}\right)}{2} \right\} \quad (\text{b. 32})$$

- N 的表示形式:

$$N \propto A(z)A^*(z) = \frac{1}{4} \{ p^2(z) + q^2(z) \} = \frac{1}{4} \{ X_1^2(z) + X_2^2(z) \} \quad (\text{b. 33})$$

参考文献:

b. 1 Amnon Yariv, 《光电子学导论》, 科学出版社, 1983。

博士期间发表的期刊论文

- [1] 马红亮, 卫栋, 叶晨光, 张靖, 彭堃焯. “利用周期性极化 KTiOPO_4 晶体参量缩小过程产生明亮振幅”. *物理学报*, 第 54 卷, 第 8 期 (2005).
- [2] 马红亮, 张靖, 李凤琴, 张宽收, 谢常德, 彭堃焯. “利用振幅调制器进行光电负反馈抑制激光强度噪声”. *光学学报*, 第 22 卷, 第 10 期, P1202-1205 (2002).
- [3] 马红亮, 张靖, 王润林, 张宽收, 谢常德. “折叠腔内腔倍频激光器中基频与谐波相对相位对输出功率的影响”. *光子学报*, 第 31 卷, 第 3 期, P321-323 (2002).
- [4] 马红亮, 张天才. “单光子量子非破坏测量的实验实现”. *量子光学学报*, 第 5 卷, 第 3 期, P184-186 (1999).
- [5] **Hongliang Ma, Chenguang Ye, Dong Wei, Jing Zhang,** “Electromagnetically-Induced-Transparency-Like Effect of Nonlinear Coupled Quantum Oscillators in the Optical Parametric Process”, in preparation, Submitted to *Phys. Rev. Lett.*.
- [6] Jing Zhang, **Hongliang Ma,** Changde Xie, Kunchi Peng, “Suppression of intensity noise of LD-pumped single-frequency Nd:YVO₄ laser by opto-electronic control”, *Applied Optics*, Vol. 42, Issue.6, pp.1068-1074 (2003).
- [7] 郭蕊香, 马红亮, 张云, 李小英, 张宽收, 彭堃焯. “小型全固化非经典光场产生系统的实验研究”. *光学学报*, 第 21 卷, 第 7 期, P812-814 (2001).
- [8] 张靖, 马红亮, 王润林, 张宽收, 谢常德, 彭堃焯. “光电负反馈抑制 LD 泵浦的环形单频 Nd:YVO₄ 激光器的强度噪声”. *光学学报*, 第 21 卷, 第 9 期, P1031-1035 (2001).
- [9] 张靖, 马红亮, 王润林, 李凤琴, 谢常德, 彭堃焯. “全固化环行单频 Nd:YVO₄ 可调谐激光器”. *中国激光*, 第 A29 卷, 第 7 期, P577-579 (2002).
- [10] 张靖, 马红亮, 罗玉, 陶桦, 张宽收, 彭堃焯. “利用准相位匹配的 KTP 晶体获得高效外腔谐振倍频绿光”. *中国激光*, 第 A29 卷, 第 12 期, P1057-1060 (2002).
- [11] 张靖, 王润林, 马红亮, 张宽收, 谢常德, 彭堃焯. “LD 泵浦环形单频 Nd:YVO₄ 激光器的频率调谐特性研究”. *光子学报*, 2001, 30 (4), 473-477. 第 30 卷, 第 4 期, P473-477 (2001).
- [12] 张宽收, 张靖, 王润林, 马红亮, 彭堃焯. “全固体化单模单频绿光激光器”, *中国学术期刊文摘*. 第 7 卷, 第 6 期, P798-800 (2001).

致 谢

本论文是在导师彭堃堃院士和张靖教授的指导下完成的，衷心感谢他们这几年来对我在学业、生活、做人等各个方面的培养和给予的关心指导，没有他们的精心培养和严格要求，我不可能完成博士学业，不可能在人生的道路上完成这正确而坚实的一步。

感谢研究生期间所有老师、同学和工作人员给予过的指导、帮助、关心和支持。

承 诺 书

本人郑重声明：所呈交的学位论文，是在导师指导下独立完成的，学位论文的知识产权属于山西大学。如果今后以其他单位名义发表与在读期间学位论文相关的内容，将承担法律责任。除文中已经注明引用的文献资料外，本学位论文不包括任何其他个人或集体已经发表或撰写过的成果。

学位论文作者（签章）：马红亮

2005年5月26日